Math. P.
62.3

Zur
Lesebibliotheck
dem Personal der
Forstämter
Günzburg u. Weißsingen
gehörig.

Math. P. 623

Getreue Anweisung
zu
Felder-
und
Land-Theilungen
oder
Gründliche Methode,

alle Fälle, sowohl von gemeinen Land-Theilungen als auch Land-Vertauschungen, Land- und Holz-Ausweisungen, Auseinandersetzungen und Land-Repartirungen,

nach den Regeln theoretisch und practisch auszuführen.

Zu bequemen und sichern Gebrauche der Rechts-Gelehrten, Amts-Bedienten, Verwalter und Haushalter, wie auch den Anfängern der Mathematik zur untrüglichen Richtschnur in dieser Verfassung zusammengetragen und mit gehörigen Figuren versehen,

von
D. A. Vollimhauß,
Lehrer der Mathematik, auch Zeichen- und Schreibemeister bey dem Gymnasio der Altstadt Hannover.

Hannover und Leipzig,
bey Johann Wilhelm Schmidt, 1773.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Den

Königlichen Großbritannischen

zur

Churfürstlich Braunschweig-Lüneburgischen

Cammer Hochverordneten Herren

Cammer-Präsident

und

Geheimen Räthen,

Geheimen Cammer- und Cammer-Räthen,

Meinen gnädigst. und Hochgebietenden

Herren.

Dem

Hochgebohrnen Freyherrn,

HERRN

Albrecht Friedrich von Lenthe,

Erb- und Gerichtsherrn zu Lenthe, Velber-Harenberg und Giesen,

Königlichem Großbritannischen und Churfürstlich Braunschweig-Lüneburgischen Hochbetrautem wirklichen Geheimen Rathe und Cammer-Präsidenten,

Meinem Gnädigst. und Hochgebietendem Herrn.

Dem

Hochgebohrnen Herrn,

HERRN

Benedix

Freyherrn von Bremer,

Erbherrn zu Cadenberg, Dabrock, Basbeck und Seeburg,

Königl. Großbritannischen und Churfürstlich Braunschweig-Lüneburgischen Hochbetrautem wirklichen Geheimen Rathe,

Meinem Gnädigst. und Hochgebietendem Herrn.

Dem

Hochgebohrnen Herrn,

HERRN

Ludewig Eberhard von Gemmingen-Hornberge,

Freyherrn zu Fränkisch Grumbach und Michelfeld,

Königl. Großbritannischen und Churfürstlich Braunschweig-Lüneburgischem Hochbetrautem wirklichem Geheimen Rathe und Großvoigte,

Meinem Gnädigst. und Hochgebietendem Herrn.

Dem

Hochgebohrnen Herrn

HERRN

Carl Rudolph August
Grafen von Kielmansegge,

Erbherrn zu Sendemühlen und Gültzow,

Königl. Großbritannischen und Churfürstlich Braunschweig-Lüneburgischen Hochbetrautem wirklichem Geheimen Cammer-Rathe,

Meinem Gnädig. und Hochgebietendem Herrn.

Dem

Hoch-Wohlgebohrnen Herrn,

HERRN

Christian Ludewig von Hake,

Erbherrn auf Ohr, Buchhagen, Diedersen, Bodenwerder ꝛc.

Königl. Großbritannischen und Churfürstlich Braunschweig-Lüneburgischen Hochbetrautem wirklichem Cammer-Rathe,

Meinem Gnädig. und Hochgebietendem Herrn.

Dem

Hoch-Wohlgebohrnen Herrn,

HERRN

Claus von der Decken,

Erbherrn auf Drochtersen ꝛc. ꝛc.

Königl. Großbritannischen und Churfürstlich Braunschweig-Lüneburgischen Hochbetrautem wirklichem Cammer-Rathe,

Meinem Gnädig. und Hochgebietendem Herrn.

Hoch- und Hoch-Wohlgebohrne
Herren!

Gnädige und Hochgebietende Herren!

Ich würde billig Bedenken tragen, den Augen hoher Kenner meine geringe Arbeit unterthänigst vorzulegen, da mancher gelehrte Schriftsteller, dem ich den Vorzug lasse, dergleichen zu wagen furchtsam ist, jedoch die unverdiente Gnade Ew. Excellenz Hoch- und Hoch-Wohlgeb. Gnaden, dieses kleine Werk unterthänigst dediciren zu dürfen, macht mich in solcher Unternehmung um so mehr getrost. Denenselben überreiche

also

also in Ehrfurcht voller Dankbarkeit dasjenige gedruckt, was mir größtentheils die Erfahrung bey dergleichen Fällen an die Hand gegeben, und ich also in wohlmeynender Absicht, als einen so nützlich als nothwendigen Artikel bekannt zu machen willens bin, womit Deroselben Hohen Gnade mich unterthänigst empfehle und in ersinnlichster Verehrung und Unterthänigkeit zeitlebens beharre

Ew. Excellenzen,

Hoch- und Hoch-Wohlgebohrnen Gnaden

Hannover,
den 1 October 1773.

allerunterthänigster Knecht,

David Andreas Vollimhauß.

Vorrede.

Es ist bekannt genung, wie viel große und schöne Werke, so von geometrischen Wissenschaften, mithin auch von geometrischen Theilungen handeln, seit so vielen Jahren im Druck erschienen; weil aber diese Schriften nur denen größtentheils nützlich werden, welche die Mathematik auf eine gründliche Art erlernet, und denen, so dergleichen Unterricht nicht gehabt, zu hoch oder nicht begreiflich genung sind, so können letztere aus so guten Schriftstellern nicht diejenigen Regeln ziehen, so sie bey practischen Theilungen und alda vorkommenden Fällen unumgänglich wissen müssen, denn man weiß gar wohl, daß academische oder andre für Gelehrte geschriebene

Werke,

Werke, einem jeden dunkel zu seyn scheinen, der von dergleichen Vorträgen keine Kenntniß hat oder von der darinnen enthaltenen Materie noch gar nichts erfahren. Er suchet dasjenige also vergebens was ganz deutlich darinnen enthalten ist, wie die Erfahrung bey verschiedenen Gelegenheiten an den Tag geleget hat. Da nun dieser Umstand oftmals verursachet, daß eine oder die andere Theilungs-Commission, in Ermangelung kunsterfahrner Männer, entweder unrecht angegriffen oder gar nicht befolget wird, und gleichwohl diese Materie so wichtig ist, daß sie nicht nur jedem Haushalter insbesondere, sondern auch jeder Gerichtsbarkeit, ja einer ganzen Provinz sehr gute Dienste leistet, wie der folgende Vorbericht mit mehrern zeiget: so verdienet selbige allemal, daß man ein Mittel für diejenigen an die Hand gebe, so nur etwas weniges von der Mathematik (ich meyne hauptsächlich von der Geometrie) verstehen, um in allen Fällen von Land- oder Felder-Theilungen regelmäßig, sowohl in der Theorie als Praxis zu verfahren. Es geschicht also keinesweges aus der Ursache, mich zu einem Schriftsteller aufzuwerfen, indem ich meine wenige Arbeit gegen andere Werke in dieser Art, für nichts achte, sondern der vorhin angeführte Bewegungsgrund veranlassete mich, gegenwärtiges kleine Werk

also

also zusammen zu tragen, daß darinnen zuerst gezeiget wird, wie man Theilungs-Fälle von gleichen oder proportionirlichen Theilen, ohne oder nach Bedingungen, gehörig ausführen soll. Hierauf folgen die Anwendungen auf die üblichsten practischen Vorfälle, so wie selbige nach meiner Erfahrung, unter Privatpersonen sowohl als auf adelichen Höfen und Gerichtsbarkeiten sich zutragen können; und alles dieses ist so eingerichtet, daß diejenigen, so in der Geometrie nur etwas weniges gethan, auf die möglichsten Fälle, eine deutliche Vorschrift und Erläuterung dadurch erhalten, um in Vorkommenheiten von Theilungen, den Regeln sowohl als den etwaigen Bedingungen eine Gnüge zu leisten. Man wird also in diesem kleinen Werke alles dasjenige mit erforderlicher Deutlichkeit beschrieben finden, was bey Felder-oder Land-Theilungen zu merken ist, und die darinnen gemachte Anwendungen, sind sowohl in der theoretischen als practischen Ausführung dasjenige, was in dem ersten und zweyten Abschnitte mit wenigem gesagt wird. Der geneigte Leser wird mich übrigens entschuldigen, daß ich mich einer gemeinen Schreibart, welche hier die begreiflichste ist, bedienet habe, indem meine Bemühung nur ein Mittel seyn soll, denjenigen, die in dieser Kunst sich niemals sehr üben können, einen

sichern Weg zu zeigen, sich eines Auftrags zu entledigen, den viele nicht vermeiden können, und welcher vorzüglich vortheilhaft ist. Ich wünsche übrigens, daß ein jeder meine uneigennützige Absicht in keinen Zweifel ziehen, selbiger vielmehr in der Art sich bedienen möge, wie sie ihm wirklich nützlich seyn kann. Sollten einige Druckfehler übrig bleiben, wie leicht zu vermuthen, wird der geneigte Leser dienstlich gebeten, selbige zu verbessern, wofür Demselben unter allen Segens-Wünschen dankbarlich verbunden bleibet

Hannover,
den 1 October 1773.

der Herausgeber.

Vorbericht.

Vorbericht.

Die Felder- oder Landtheilung bleibet in Ansehung ihres Nutzens allemal eine Materie, auf welche man nicht zu viel Augenmerk richten kann, indem selbige sowohl die landesherrlichen Vortheile erhöhet (wenn nämlich gewisse Vorfälle von dieser Materie, in Cameralsachen sich herfür thun) als auch den Zustand der Unterthanen überhaupt und besonders aufrecht erhält und verbessert, wenn selbige nach den Gründen, worauf sie gebauet ist, und den etwaigen Vorschriften gemäß, ausgeübet wird. Dagegen kann durch derselben Vernachläßigung oder gänzliche Verabsäumung mancher Nachtheil erwachsen, und zu langwierigen Streitigkeiten Anlaß gegeben werden, welche ohne eine genaue Untersuchung kunstverständiger Männer, sich alsdann

nicht schlichten lassen, wie verschiedene Begebenheiten sowohl im Großen als Kleinen zur Gnüge beweisen. Dieses so wichtige Werk kann also in Betracht seines Ursprunges, niemanden anders zur Ausführung anvertrauet werden, als solchen Leuten, welche in der Mathematik eine gründliche Kenntniß und Erfahrung haben. Man pfleget zwar auf dem Lande, besonders auf den Aemtern, oftmals Landvertheilungen durch Geschworne (Achtsleute) vornehmen zu lassen, jedoch geschiehet dieses nur in kleinen Vorfallenheiten, oder in Ermangelung erfahrner Landmesser, indem die Vielheit der möglichen Umstände, die sich theils wegen Verschiedenheit der Grundstücke, in Ansehung ihrer Güte, oder auch wegen der ihnen bisweilen zustoßenden Unbequemlichkeiten, (hierunter verstehe ich solche Ländereyen, die alljährlich einer gewissen Ueberschwemmung unterworfen) theils wegen der vorgeschriebenen Bedingungen äußern, schlechterdings gebietet, daß man so viel möglich bey Theilungs-Commissionen von vorbeschriebener Art, alle Vorsicht gebrauche, und auf die Punkte, so vorhin angeführet worden, genau achte, weil solches nicht allein der Billigkeit gemäß, sondern auch mehrentheils zu vermuthen ist, daß von einer solchen geschehenen Theilung die Richtigkeit erwiesen werden muß. Itztgedachter Fall verursachet also, daß wir auf den Ursprung der Flächen zurück gehen

müssen.

müssen. Nun ist aus der Geometrie bekannt, wie der Flächen-Inhalt einer jeden Figur gefunden wird, als z. E. der Innhalt eines Triangels entstehet durch die Multiplication des Perpendikels mit der halben Grundlinie; der Inhalt des Quadrats, durch die Multiplication der Grundlinie mit der Höhe u. s. w. Dieses giebt also zu erkennen, daß die Arithmetik zur Bestimmung eines Flächen-Inhalts unumgänglich nöthig ist. Ingleichen wissen wir aus der Geometrie, daß daselbst die Flächen sich sowohl vermindern als vermehren lassen, und die Verminderung ist eben dasjenige, worauf unsere gegenwärtige Absicht zielet. So wie nun die Vermehrung und Theilung der Flächen, theils mit, theils ohne Hülfe der Arithmetik, angewiesen wird, so ist es auch mit dieser Materie, als der Anwendung vorgedachter Wissenschaft beschaffen, denn viele Vorfälle von Landtheilungen können schon blos geometrisch ausgeführet werden, andere hingegen erfordern erst eine Berechnung. Von diesen zweyerley Gattungen will ich jedoch hier keine weitläuftige Abschilderung ihrer Beschaffenheit machen, weil ein jeder, der in der Geometrie etwas gethan hat, schon wissen wird, bey welchen Theilungs-Fällen die Arithmetik zu Hülfe genommen werden muß.

Wenn also, wie schon gesagt, der Beweis von einer rechtmäßigen Theilung verlangt wird, pfleget man selbigen auf eben die Art auszuführen, nämlich entweder mit oder ohne Hülfe der Arithmetik, und je wichtiger die Bedingungen sind, welche bey Vertheilungen vorgeschrieben werden, desto wichtiger wird auch der Beweis, indem er selbigen in keinem Stücke etwas abnehmen darf, sondern sich darauf beziehen muß. Ein Beweis in dieser Materie, muß also zwey Puncte klar machen: 1) daß die gemachten Theile vorschriftmäßig abgesondert worden, und 2) daß die Summe der Theile nicht mehr noch weniger ausmache, als das Stück Landes, welches zur Eintheilung bestimmet worden. Um nun dieses zu bewirken, muß man nothwendig Grund- und Lehrsätze annehmen, und diese werden aus der Geometrie, und wenn es erfordert wird, auch aus der Arithmetik hergeleitet. Die schon genannten Bedingungen sind also dasjenige, worauf man bey Land-Vertheilungen sein Augenmerk besonders richten muß. Weil nun dergleichen Bedingungen sehr verschieden seyn können, jedoch in der Befolgung nicht allemal von einander abweichen, wohl aber oft von einander entstehen: so will ich hier diejenigen Gattungen anführen, welche man am öftersten zu erwarten hat, und zwar in einer solchen Verfassung, wo ein Umstand aus dem andern hergeleitet

tet wird, oder mit ersterm etwas ähnliches behält. Ich muß dahero gewisse Fälle annehmen, um das wahre Ziel meiner Absichten zu erreichen, und diese sind folgende:

I. Wenn ein Stück Land in vorgeschriebene Theile getheilet werden soll, ohne daß hierbey eine Bedingung vorgeleget wird, oder man soll einen gewissen Theil oder etliche ungleiche Theile davon absondern.

II. Wenn ein Stück Land oder eine Fläche getheilet werden soll, zu welcher gewisse Bedingungen vorgeschrieben sind, und

III. Wenn Land-Vertheilungen vorkommen, da man mit Holzungen, Wiesen und Feldern zu thun bekömmt, und wo zwischen zweyerley Gattungen von einerley Materie, eine gewisse Bedingung vorgeschrieben wird.

Bey diesen jetzt angeführten Fällen, von welchen jedoch der erste ausgenommen, können sich auch gewisse Nebenumstände äußern, welche nicht etwa wegen der unbequemen Situation, sondern aus andern Ursachen, die Theilung wichtiger machen, wie ich in der Folge durch Aufgaben zeigen will.

Um diese Materie deutlich, jedoch nicht zu weitläuftig durch zu gehen, soll jeder Fall in einem besondern Abschnitte durch Aufgaben mit Figuren von drey und mehrern Seiten vorgetragen und ausgearbeitet werden; wobey ich vorläufig melde, daß man zu Vermeidung einer weitläuftigen Ausrechnung, sich so viel möglich, der sogenannten Formul oder des simbolischen Satzes, in ähnlich ausfallenden Theilungen bedienen wird.

Erster

Erster Abschnitt.

Von Land- oder Flächen-Theilungen in vorgeschriebene Theile ohne Bedingung.

§ 1.

Da hier von solchen Abtheilungen die Rede ist, bey welchen man bloß auf die Anzahl der Theile, und ob selbige der Größe nach einander gleich oder ungleich vorgeschrieben, zu sehen hat, so wäre überflüßig, von demjenigen eine weitläuftige Wiederholung zu machen, was die Geometrie in vielen guten Büchern bereits deutlich genung erkläret. Ich will hier nur von denjenigen Stücken sagen, so nach Beschaffenheit der Umstände zu wissen nöthig sind oder nicht.

§ 2.

Eine reguläre Figur von 3 oder mehrern Seiten, kann gleich auf dem Platze getheilet werden, wenn nämlich die Theile einander gleich oder proportionel vorgeschrieben sind, ohne daß man den Flächen-Inhalt der Figur weiß. Wenn ein irreguläres Stück Land noch nicht gemessen worden, auch kein zuverläßiger Riß davon vorhanden, kann solches nicht eher als nach richtiger

Aufnahme getheilet werden, jedoch bleibet das Dreyeck davon ausgenommen.

§ 3.

Wenn man den Riß von einer solchen Fläche hat, oder solche vorhero aufmisset, so kann die Figur, sie mag 3, 4, oder mehr Seiten haben, in 2 oder mehr gleiche oder ungleiche Theile geometrisch getheilet werden, und die Richtigkeit der Operation, wird auf Erfordern eben so erwiesen. Wenn aber die Theile eines Stück Landes nach Morgen oder Quadrat-Ruthen ausfallen sollen, muß man nicht nur den Flächen-Inhalt der Figur wissen, sondern auch beym Theilen die Arithmetik zu Hülfe nehmen, und der anzuführende Beweis gründet sich alsdenn sowohl auf die Arithmetik als auf die Geometrie.

§ 4.

Diese Flächen-Theilung überhaupt leget uns solche Aufgaben vor, die, wie schon gesagt, entweder bloß geometrisch oder mit Hülfe der Arithmetik, nachdem es die Umstände erfordern, der Flächen-Inhalt der einzutheilenden Figur mag bekannt seyn oder nicht, aufgelöset werden können; die auf einander folgende Aufgaben werden hiervon mehrere Erläuterung zeigen.

Was die practische Theilung anlanget, kann man solche ohne große Schwierigkeiten ausfüh-

ren, wenn zuvor die Operation auf dem Papiere gehörig bewirket worden, indem man die Linien auf dem Platze nach demjenigen Maaße im Grossen abschneidet, wie selbige nach verjüngten Maaße auf dem Papiere abgeschnitten worden. Bey dieser practischen Theilung ist man derjenigen Mühe überhoben, die man in der Theorie, der anzustellenden Versuche wegen, um den rechten Antheil zu finden, bisweilen nicht vermeiden kann. Ein mehreres wird in den Aufgaben gewiesen und erkläret werden.

Erste Aufgabe.

§ 5.

Es wird ein dreyseitiges Feld ABC vorgegeben, selbiges soll unter zwey Personen also vertheilet werden, daß der eine so viel bekomme als der andere.

Auflösung.

Theile die Linie AC in zwey gleiche Theile in G, und ziehe die Linie BG, so ist geschehen, was verlangt worden. Bey der Abtheilung auf dem Platze selbst, verfahre man also:

Man messe auf der Linie AC, die 110P. lang gefunden worden, in gerader Richtung von A gegen G, 55P. ab, oder welches einerley, theile AC auf dem Platze in zwey Hälften, also, daß dieser Theilungspunct G mit A und C in gerader Tab. I. Fig. 1.

Linie stehet; setze alsdenn in G eine Stange, und von G nach B stecke man eine gerade Linie ab, so ist die practische Theilung, durch diese Theilungslinie BG bewerkstelliget.

Beweis.

Es ist aus den Gründen der Geometrie bekannt, daß wenn zwey Triangel einerley Grundlinie und Höhe haben, selbige einander gleich sind: da nun hier die Grundlinie AC in zwey gleiche Theile getheilet worden, und GC = AG und die Höhe BD beyden Triangeln gemein ist, so müssen folglich auch die beyden Triangel ABG und BGC einander gleich seyn, welches sowohl von der theoretischen als practischen Theilung zu verstehen.

Erste Anmerkung.

Die Theilung kann auf einer jeden beliebigen Linie vorgenommen werden, und es wird allemal aus der gegenüber stehenden Spitze die Theilung vollführet.

Zweyte Anmerkung.

Auf diese jetzt gezeigte Art, kann auch ein Triangel in 3, 4, 5, 6 ꝛc. gleiche Theile getheilet werden, wenn man nur allezeit die Grundlinie in die begehrten gleichen Theile theilet, und ist davon der Beweis wie bey voriger Aufgabe.

Zweyte

Zweyte Aufgabe.

§ 6.

Es soll ein dreyseitiges Feld ABC in 4 gleiche Theile getheilet werden, jedoch wünschet man, daß die Theil-Flächen, welche auch Triangel seyn können, wo möglich, nicht gar zu spitzige Winkel, bekämen.

Auflösung.

Weil leicht zu ermessen, daß wenn die Theilungslinien zum Theil auf AB fielen, sehr spitzige Winkel entstehen würden, welches, wo möglich, verbeten wird; so suche man dieser Unbequemlichkeit zu entweichen, und theile 1) AC in 4 gleiche Theile, ziehe sodann aus dem ersten Theilungspuncte F nach B eine Linie, so ist ABF der vierte Theil des ganzen Feldes. Nun theile man 2) BC in 3 gleiche Theile (weil das △ CFB, wegen Abgang des △ BFA, nur noch 3 Theile enthält) und ziehe aus dem ersten Theilungspuncte daselbst, nämlich aus D, die Linie DF, so ist BFD gleichfalls der vierte Theil des ganzen Feldes. Endlich theile man 3) FC in zwey Hälften (weil das △ CFD nur noch zwey Theile enthält) und ziehe aus H die Linie HD, so ist FDH wiederum der vierte Theil von ABC, und da solchergestalt die abgeschnittenen Triangel ABF, BFD und FDH drey Viertel von der vorgegebenen Fläche ausmachen, so ist auch DHC $\frac{1}{4}$ von ABC. Tab. I. Fig. 2.

Um

Um nun die practische Theilung zu verrichten, darf man nur der geometrischen Operation folgen, und auf dem Platze von A nach C, und vo B nach C, die Längen AF, FH und BD so abstecken, wie selbige nach verjüngten Maaße auf dem Papiere ausgefallen, und sodann werden die Linien BF, FD und DH mit Stäben abgestecket.

Beweis.

Dieser gründet sich auf den vorhergehenden, indem man jeden Triangel nach seinen Theilen betrachtet, denn FA ist der vierte Theil von der Linie AC, und die Höhe ist beyden Triangeln CAB und BFA gemein; so ist auch DB $\frac{1}{3}$ von der Linie BC, die Höhe ist beyden Triangeln DBF und CFB gemein, und eben diese Beschaffenheit hat es auch mit den beyden letztern Triangeln.

Erste Anmerkung.

Weil vorige Art zu theilen sehr bequem ist, kann selbige bey dergleichen Figuren vorzüglich gebrauchet werden, indem dadurch der wahre Antheil gleich auf einmal ohne Berechnung gefunden wird. Man kann auf solche Art so viele Theile abnehmen als begehret wird; nur ist zu merken, daß die Grundlinie und der Schenkel, als hier BC, wechselsweise getheilet werden, wie vorige Auflösung ausweiset, und daß man alle-

mal

mal auf dem Schenkel einen Theil weniger nimmt als die Fläche Theile haben soll, auf der Grundlinie aber schneidet man so viel gleiche Theile ab, als die gegebene Fläche halten soll.

Zweyte Anmerkung.

Wenn die Theilung nach vorgeschriebenen Verhältnissen geschehen soll, und es ist der Inhalt der Figur nebst der Grundlinie bekannt, kann man durch Hülfe der Regel detri die Operation bequem ausführen, wie aus nachstehender Aufgabe zu ersehen:

Dritte Aufgabe.

§ 7.

Es soll eine dreyseitige Fläche ADF, deren Inhalt 338q.P. ist, unter drey Personen also vertheilet werden, daß der erste 60q.P. der andere 120q.P. und der dritte 158q.P. bekomme.

Auflösung.

Da der Theilungspunct nicht vorgeschrieben, wollen wir selbigen in D nehmen, also bekommen alle Triangel, so man absondert, mit der vorgegebenen Fläche einerley Höhe, und ist folglich nur die Grundlinie für einen jeden △ zu wissen nöthig, welches durch die Regel detri ohne Mühe gefunden werden kann, wenn man vermittelst des Inhalts der vorgegebenen Fläche, welches hier 33800qP und ihrer Grundlinie AF, welche Tab. I. Fig. 3.

welche 338^p hält, nach der Regel detri die Grundlinie für jeden Antheil suchet, als:

$$\overset{qP}{33800} : \overset{P}{338} :: \overset{qP}{6000} : x$$

$$\frac{\cancel{338} * 60\cancel{0}\cancel{0}}{\cancel{338}\cancel{0}\cancel{0}} = 60^p$$ für den ersten Participanten-Theil, so von A nach F in E muß gesetzet werden.

$$\overset{qP}{33800} : \overset{P}{338} :: \overset{qP}{12000} : x$$

$$\frac{\cancel{338} * 120\cancel{0}\cancel{0}}{\cancel{338}\cancel{0}\cancel{0}} = 120^p$$ für den zweyten Participanten-Theil, so von E nach F in G muß gesetzt werden.

$$\overset{qP}{33800} : \overset{P}{338} :: \overset{qP}{15800} : x$$

$$\frac{\cancel{338} * 158\cancel{0}\cancel{0}}{\cancel{338}\cancel{0}\cancel{0}} = 158^p$$ für den dritten Participanten-Theil, welches also die Linie GF ist, die sich ohnehin von selbst ergiebt, nachdem die beyden ersten Antheile auf der Linie AF abgeschnitten worden. Nun ziehe man die Linien DE und DG, so ist die Operation vollführet.

Um die Theilung practisch zu verrichten, darf man nur die gefundenen Grundlinien für die 3 Triangel mit der Kette oder Meß-Schnure auf dem Platze so groß abstecken, als sie nach der Berechnung ausgefallen sind, und alsdann DE und EG, wie in der vorhergehenden Aufgabe gewiesen worden, abstecken.

Beweis.

Beweis.

Dieser ist zwar mit dem vorhergehenden einerley, indem sich jeder Antheil zu seinem Grundlinien-Antheile verhält, als wie der ganze Inhalt zu seiner Grundlinie; und da die Höhe allen 3 Triangeln gemein ist, so sind sie auch nach ihren Verhältnissen dem ganzen Triangel FDA gleich; nachstehende Berechnung kann indessen zur Erläuterung dienen:

Die Grundlinie AE = 60p
Perp. DR = 200
12000
△ ADE = 2) 6000qp

Die Grundlinie EG = 120p
Perp. DR = 200
24000
△ EDG = 2) 12000qp

Die Grundlinie GF = 158p
Perp. DR = 200
31600
△ DGF = 2) 15800qp

Nun

Nun müssen alle 3 Triangel zusammen dem △ADF = seyn, wenn also der

△ ADE = 6000qP
△ EDG = 12000
△ DGF = 15800

so ist die Summe = 33800qP. = △ADF.

Anmerkung.

Um die Rechnung nicht ohne Noth beschwerlich zu machen, hat man sich hier durchgängig des zehentheiligen Maaßes bedienet.

Vierte Aufgabe.

§ 8.

Es sollen von einer Wiese ABCD, welche ein Trapezium, und wovon CD 236P und AB 322P. und die Höhe AD zu 184P gegeben sind, 6417qP abgeschnitten werden.

Auflösung.

Man addire die beyden parallelen Seiten CD und BA, und halbire die Summe, so findet sich die media proportionalis, welche, wenn
Tab. I. sie mit der Höhe AD multipliciret wird, den In-
Fig. 4. halt der vorgegebenen Wiese anzeiget, als:

AB =

$$
\begin{array}{r}
AB = 322^{P} \\
DC = 236 \\
\hline
558 \\
2)\ \overline{} \\
279 \text{ med. prop.} \\
AD = 184^{P} \\
\hline
1116 \\
2232 \\
279 \\
\hline
\end{array}
$$

der Inh. von ABCD = 51336 qP

Nun soll von dieser Fläche eine kleine abgesondert werden, welche die nämliche Höhe haben soll, mithin wird erfordert, die Grundlinie der letztern zu wissen, man setze also nach der Regel detri:

ABCD : AB ::

$51336^{qP} : 322^{P} :: 6417^{qP} : x$

$\frac{322 * \cancel{6417}}{\cancel{51336}\ 8} = \frac{322}{8} = 40\frac{1}{4}^{P}$ für den Antheil der Grundlinie so von A nach B in r zu setzen.

Um nun zu finden, wieviel von D nach C müsse abgeschnitten werden, setze man abermal:

ABCD : DC ::

$51336^{qP} : 236^{P} :: 6417^{qP} : x$

$\frac{236 * \cancel{6417}}{\cancel{51336}\ 8} = \frac{236}{8} = 29\frac{1}{2}^{P}$ für den Antheil der Linie so von CD muß abgeschnitten werden.

Wenn man nun diese jetzt gefundene Theil-Größe aus D gegen C in o setzet, und die vorher gefundene $40\frac{1}{4}$P aus A gegen B in r, und die Linie or ziehet, so ist die Theilung auf dem Papiere geschehen, und die practische Theilung geschicht alsdenn nach Anleitung der vorigen Aufgabe.

Beweis.

Man betrachte die beyden Trapezia ABCD und ArDo, selbige sind durch zwey Linien AB und CD des großen und Ar und Do des kleinen Trapezii nach ihrem Inhalte proportioniret worden: Da nun die Höhe beyden Trapeziis gemein ist, so ist auch durch solche Proportionirung der Inhalt von 6417qP dem abgeschnittenen Theile gleich, welches durch die Berechnung des kleinen Trapezii gefunden werden kann, als:

$$\begin{array}{r} Ar = 40\tfrac{1}{4}P \\ Do = 9\tfrac{1}{2} \\ \hline 69\tfrac{3}{4} \\ 2)\ \overline{\ \ }\\ 34\tfrac{7}{8} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 279 \\ 23 \\ \hline 837 \\ 558 \\ \hline 6417 \end{array}$$

$$34\tfrac{7}{8} \times 184 = \frac{279 * \overset{23}{\not{184}}}{\not{8}} = 6417 qP =$$ dem Stücke so weggenommen werden soll.

Was das Abstecken auf dem Platze selbst anlanget, wird wie bey den vorhergehenden Aufgaben verfahren.

Fünfte

Fünfte Aufgabe.

§ 9.

Es soll zu einem abgetheilten Stücke ADEG, so durch EG schon getheilet worden, noch ein Stück abc gebracht werden, welches noch von ECBG soll weggenommen werden.

Auflösung.

Der Perpendikel EF ist = 60P. der Perpendikel cd = 40P. die Grundlinie ab = 20P. also hält das △ abc = 400qP.

Nun fehlet hier weiter nichts, als daß das △ abc zu der Höhe EF gebracht werde, so findet sich die Grundlinie GH, welches durch die Regel detri geschicht, wenn man setzet: Tab. I. Fig. 5 und 6.

EF : cd :: ab : GH

60P : 40P :: 20P : x

$$\frac{40 * \not{2}\not{0}}{\not{6}\not{0}} = \frac{40}{3} = 13\tfrac{1}{3}^{P} = GH$$

3

Der Beweis gründet sich auf dasjenige, so bey der Verwandlung der Figuren vorkömmt; und hier kann die Berechnung des △ GHE, welches dem Triangel abc gleich seyn muß, zur Probe dienen, als:

GH = $13\tfrac{1}{3}^{P}$

Perp. $\frac{EF}{2} = 30$ $\frac{40 * \not{3}\not{0}}{\not{3}} = 400 = \triangle abc$

(10 über 30 gekürzt; 3 gekürzt zu 1)

C 2 Sechste

Sechste Aufgabe.

§ 10.

Man soll von einem Platze ABCDE, dessen Grundlinie AE bekannt ist, $\frac{2}{3}$ abtheilen.

Auflösung.

Die Grundlinie AE hält 108P. man berechne also den Flächen-Inhalt der Figur vermittelst des Tab. I. befindlichen Maaßstabes, welcher hieselbst für alle Figuren passet, und suche alsdenn wieviel $\frac{2}{3}$ betragen. Es kommen also vorgemeldeter Berechnung zufolge, für das △ ACB 2304qP. für das △ ACE 4590qP. und für das △DEC 1044qP. welche zusammen 7938qP ausmachen, wovon also $\frac{2}{3}$ abgesondert werden sollen: Wieviel diese nach qP ausmachen, findet sich also: Dividire erstgedachte Summe durch 3, und subtrahire den Quotienten von 7938qP. so ist der Rest $=\frac{2}{3}$ des vorgegebenen Platzes. Nun hat man für das △ ACB, laut voriger Berechnung, den Inhalt von 2304qP gefunden, um also zu erfahren, wieviel annoch fehle, so subtrahire letztere von $\frac{2}{3}$ des gesammten Flächen-Inhalts, welches hier 5292qP sind, so findet sich ein Ueberschuß von 2988qP. es muß also noch ein △ von so viel Inhalte zu ACB addiret werden, für welches die Grundlinie nach der Regel detri gefunden werden kann, wenn man setzet:

Tab. I. Fig. 7.

Wie

Wie der Inhalt des Dreyecks ACE sich zu seiner Grundlinie verhält, also verhält sich auch das davon abzunehmende △ zu seiner noch unbekannten Grundlinie.

Das ist:

4590 : 108 :: 2988 : x

```
       2
       4
      12
     108 * 2988
   ____________    = 5976 | 70 26/85 für die be-
 9)  4590            85) 595 |  gehrte Grund-
 3)   510            _______  
 2)   170               26      linie.
       85
```

Diesen gefundenen Quotienten, welcher die begehrte Grundlinie ausmachet, setze aus A gegen E in g und ziehe Cg, so ist die Theilung verlangter maßen geschehen.

Das Abstecken auf dem Platze geschicht wie bereits in den vorhergehenden Aufgaben gemeldet worden.

Die Richtigkeit erhellet theils aus der Operation selbst, theils aus den Gründen der Geometrie, und zwar letztere besonders in Ansehung der beyden △ ACE und ACg.

Siebende Aufgabe.

§ 11.

Von einem Platze ABCDEF sollen 20 Morgen, und wiederum 32 Morgen abgetheilet wer-

 den,

den, und man will wissen, wieviel Feld nach Quadrat-Ruthen annoch übrig bleibe.

Auflösung.

Berechne wie vorhin, den Inhalt der Figur, und weil man dadurch erkennet, daß der △ ABF
Tab. I. Fig. 8. nur 1440qP. oder 12 Morgen hält, muß folglich zu gedachtem Triangel noch ein anderer addiret werden, welcher den Mangel von 8 Morgen oder 960qP ersetzet. Verrichte demnach vorgemeldete Addition nach Anweisung der Aufgabe § 10. so kommen beynahe 34 Ruthen, so aus F in o gesetzet werden müssen, ziehe alsdenn oB, so ist solche die Scheide-Linie für die 20 Morgen. Nun ist aber der △ BEF, welcher an Inhalte von 2736qP gefunden wurde, durch die Abnahme des △ oBF nur noch 1776qP groß, mithin gegen die 32 Morgen, so abgeschnitten werden sollen, um 2064qP zu klein, es wird also, wie vorhin, ein △ von so großem Inhalte dazu addiret. Da nun BCE gleich so viel beträgt, als zur Ersetzung des erstgedachten Mangels erfordert wird, so ist CE die Scheide-Linie für die 32 Morgen, und bleiben annoch 1093$\frac{1}{3}$qP übrig, welche den Flächen-Inhalt des △ CDE ausmachen. Die Richtigkeit dieser Theilung erhellet aus der Operation selbst.

Anmerkung.

Da es etwas weitläuftig ist, wenn man die Theilung durch Hülfe der Arithmetik verrichten muß, so will ich noch einige Aufgaben anführen, wo man nur vermittelst einer Verwandlung der Figuren, die Operation bloß geometrisch ausführen kann.

Achte Aufgabe.

§ 12.

Es soll von einem Stücke Land ABCD der fünfte Theil aus einem beliebigen Punkte abgemessen werden.

Auflösung.

Weil hier weder der Flächen-Inhalt noch eine Seite bekannt ist, so verrichte die Operation also:

Verwandle die Figur in einen △, wie in der Geometrie bey der Verwandlung der Figuren gezeiget wird (welches zwar hier nur bey einer Seite nöthig) sodann theile die Grundlinie oD in 5 gleiche Theile, oder setze $\frac{1}{5}$ von der Grundlinie aus D gegen A in e, und ziehe eC, so ist eCD der fünfte Theil der vorgegebenen Figur. Tab. I. Fig. 9.

Der Beweis dieses Verfahrens gründet sich auf die Verwandlung der Figuren, dahero dessen Richtigkeit desfalls nachzusehen.

Weil vorige Art zu theilen sehr bequem, besonders wenn der Inhalt einer Figur nicht gegeben, so kann man sich derselben bey allen Aufgaben bedienen, wo es nämlich die Umstände zulassen. Um den Vorzug jetzt gedachter Manier vor andern in Ansehung der Bequemlichkeit mit mehrern zu zeigen, will ich noch eine Aufgabe vorlegen, welche aus der vorhergehenden hergeleitet wird.

Neunte Aufgabe.

§ 13.

Es sollen von einem irregulären Stücke Land als hier ABCDE, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{8}$ und $\frac{3}{16}$ beliebig abgemessen werden, und will man wissen, ob sodann noch etwas übrig bleibet?

Auflösung.

Man reducire die Figur, wie in der vorhergehenden Aufgabe, auf einen △, und da die vorgeschriebenen Theile willkührlich angebracht werden dürfen, wollen wir solche nach ihrer Ordnung von E gegen A setzen. Theile demnach die verlängerte Grundlinie dg in 5 gleiche Theile, und setze 2 derselben aus d gegen g in a. Sodann theile gedachte Grundlinie in 8 gleiche Theile, und setze einen Theil davon aus a gegen g in b. Endlich theile dg in 16 gleiche Theile, und setze 3 von selbigen aus b gegen g in o, ziehe

alsdann

alsdann die Linien aC, bC und oC, so ist die Theilung verlangtermaßen geschehen, und bleibet von dem △ dCg noch ein △ oCg übrig, so ex constructione dem Stück oCBA gleich ist. Weil nun die vorgeschriebenen Theile $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{8}$ und $\frac{3}{16}$ von dem △ dCg abgetheilet worden, und letzterer, wie hier gewiesen, der gegebenen Figur EDCBA gleich ist, so machen folglich diese Antheile auch $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{8}$ und $\frac{3}{16}$ von EDCBA aus. Tab. I. Fig. 10.

Beweis.

Solcher ist, wie der vorhergehende, bey der Verwandlung der Figuren in der Geometrie nachzuschlagen.

Erste Anmerkung.

Man nehme in Acht, daß keiner von den Theilungspuncten, außer der wahren Grundlinie EA falle, indem es sonst nicht kann abgestecket werden, weil auf dem Felde die Linie nicht länger als EA ist.

Zweyte Anmerkung.

Sollten in der Figur eingehende Winkel seyn, als z. E. wenn B oder D ein eingehender Winkel wäre, so muß man jederzeit dahin sehen, daß die Theilungslinien in der Figur bleiben. Zur Erläuterung dienet folgende Aufgabe:

Zehnte Aufgabe.

§ 14.

Es soll ein irreguläres Stück Land, woran zwey eingehende Winkel sich befinden, in vier gleiche Theile getheilet werden.

Auflösung:

Man verwandle die Figur ABCDEFGHI in ein △ aEc (welches wegen der eingehenden Winkel etwas mühsamer fallen wird) theile sodann ac in 4 gleiche Theile, und ziehe die Theilungslinien bE, cE und dE, so ist das Verlangte geschehen, und hiernach fallen die Theilungslinien noch in die Figur, und durchschneiden nicht die eingehenden Winkel, welches sonst ein Fehler wäre, und dadurch ein Theil kleiner würde als er seyn sollte, indem man der Billigkeit nach dasjenige nicht zugleich theilen darf, was einem andern gehöret.

Tab. I. Fig. 11.

Diese Aufgaben werden meines Erachtens so viel Licht geben, als man bey Fällen, so in diesen Abschnitt passen, nöthig hat, denn was darinnen gesagt wird, enthält alle Regeln, so man bey gemeinen und willkührlich anzustellenden Theilungen zu beobachten hat. Weil ich nun von dieser Art schon so verschiedene Aufgaben und Figuren hier angenommen, so halte ich es für überflüßig, diesen Abschnitt durch mehrere Beyspiele weitläuftiger zu machen, als welche ohnedem von den

schon

schon ertheilten, wenig oder gar nicht unterschieden seyn würden; zudem wird in dem zweyten Abschnitte genugsame Gelegenheit vorfallen, wo man die Operation mit Hülfe der Arithmetik ausführen muß. Aus dieser Ursache lasse ich es bey demjenigen anjetzo bewenden, was ich hier von Vertheilungen mit Hülfe der Arithmetik in kurzen gewiesen habe. Wir gehen also nunmehro zu dem zweyten Abschnitte, alwo gewisse Bedingungen vorgeschrieben werden, denen man nachleben muß, und diese machen die Aufgaben um so wichtiger, wie ich bereits oben angeführet habe. Von dergleichen Bedingungen hier eine Erklärung zu geben, kann darum ersparet werden, weil solches gleich im Anfange des zweyten Abschnitts geschehen wird, und aus den alda vorkommenden Aufgaben wird man bemerken können, wie verschiedentlich die Bedingungen sind, welche in diesen Abschnitt gehören, den wir nunmehro betrachten wollen.

Zweyter

Zweyter Abschnitt.

Von Land- oder Flächen-Theilungen in vorgeschriebene Theile, nach vorgeschriebenen Bedingungen.

§ 15.

Wir beschäftigen uns hier mit einer Materie, welche von dem, was im vorhergehenden Abschnitte vorgetragen worden, zwar abhänget, auch der Benennung nach, mit selbigem einerley zu seyn scheinet; im Grunde aber ist dieser Artikel von dem vorigen nicht allein darinnen unterschieden, daß man hier nach vorgeschriebenen Puncten die Operation verrichten muß, anstatt daß selbige vorhin nach Belieben oder willkürlich konnten angenommen werden, sondern die hieselbst sich ereignende Umstände, geben uns überdieß noch zu erkennen, wieweit sich gegenwärtiger Abschnitt von dem vorigen, anderer Neben-Bedingungen wegen unterscheidet. Unsere erste Bemühung soll also dahin gehen, diejenigen Bedingungen hier vorläufig nahmhaft zu machen, welche bey dergleichen Land-Vertheilungen, als wir gegenwärtig durchgehen wollen, die üblichsten sind. Von diesen haben wir drey Fälle zu erwegen: der erste ist, wenn die vorzunehmende

mende Theilung aus einem dazu vorgeschriebenen Puncte geschehen soll. Der zweyte Fall ist, wenn zwey Punkte gegeben werden, aus welchen die Operation zu vollziehen begehret wird, und der dritte Fall ist, wenn die Theilungslinien mit den Seiten der vorgegebenen Figur entweder zum Theil oder überhaupt parallel gehen sollen. Bey jedem dieser Fälle können zuweilen Neben-Umstände vorkommen, welche ich jetzo, gleichwie vorgemeldete Neben-Bedingungen, mit Stillschweigen übergehen will, weil sie nicht so erheblich sind, und was davon zu erinnern nöthig ist, aus den Aufgaben, und deren jedesmaligen Auflösungen selbst erhellen wird.

§ 16.

Nachdem wir also wissen, wieviel Hauptfälle in diesem Abschnitte vorkommen: so wird nicht undienlich seyn, daß wir den Ursprung eines jeden untersuchen, um desto eher einzusehen, ob ein Fall so nothwendig befolget werden müsse als der andere. Es giebt die Erfahrung, daß manchmal ein Garten, in welchem ein Brunnen befindlich, unter zwey Personen vertheilet wird, wenn also dergleichen Brunnen an einer Seite, oder in einer Ecke des Gartens lieget, und beyden Interessenten nutzbar werden soll, so ist natürlich, daß man sich in der Operation darnach richten muß. Gesetzt aber, ein solcher Brunnen

befände

befände sich in der Mitte, so müßte man ebenfalls die Operation darnach anstellen. Die Möglichkeit des zweyten Falles kann sich wegen der Situation der angrenzenden Theile ergeben, welche einem oder dem andern Participanten zugehören, so daß er seiner Bequemlichkeit wegen, die Theilung also vorzunehmen wünschet, wovon man vielerley Beyspiele anführen könnte, welches aber zu weitläuftig und überflüßig wäre. Der dritte Fall äussert sich sehr oft, wenn z. E. in herrschaftlichen Gärten verschiedene Reviere so abgetheilet werden sollen, daß sie theils Gänge, theils Hecken rc. abgeben sollen, welche mit einander parallel laufen, wie gewöhnlich. Es kann sich auch dieser Fall bey blosen Felder-Theilungen zutragen, weil dadurch die Antheile nicht so spitzwinklich ausfallen oder mit den etwa daran stossenden Feldstücken, durch diese Manier besser vereiniget werden können. Gleichwie nun der erste Fall gebührend befolget werden muß, so ist es auch von dem zweyten und dritten zu verstehen.

§ 17.

So wichtig nun erstgedachte drey Fälle sind, und so schwer selbige die Aufgaben zu machen scheinen, so kann dennoch eine jede Operation ohne große Schwierigkeiten ausgeführet werden, weil dergleichen Aufgaben im Grunde nichts anders sind, als Anwendungen von demjenigen, was

was uns in der Geometrie von der Eintheilung der Flächen gelehret worden; und wenn schon ein- oder anderer Neben-Umstand dabey eintritt, kann man dennoch durch eine gründliche Ueberlegung den begehrten Endzweck erreichen. Diese vorgedachte 3 Fälle werden also in gegenwärtigem Tractat, nach der Lehrart der Geometrie, und zwar nach Erfordern der Umstände, entweder mit oder ohne Hülfe der Arithmetik, eben so wie die wegen einer rechtmäßigen Operation anzustellende Beweise, behandelt werden. Wir nähern uns nunmehro den Aufgaben und zwar nach der Ordnung der vorhin angenommenen drey Fälle. Was die practische Theilung anlanget, verfähret man auf eben die Art, wie im ersten Abschnitte gesagt worden.

Erste Aufgabe.

§ 18.

Es soll eine irreguläre Fläche ABCDEF in drey gleiche Theile getheilet werden, und die Theilung soll gründlicher Ursachen wegen, aus dem Winkel A geschehen.

Auflösung.

Man rechne zuförderst die Fläche nach Triangel aus, so kommt für AFE, dessen Perpendikel 117p hält, 26208qp und für das △ ADE, dessen Perpendikel 211p ausmachet, finden sich

47264qp;

47264qP; ferner kommen für ACD, dessen Perpendikel 38P ist, 6137qP, und endlich für das △ ABC, dessen Perpendikel 149P findet sich der Inhalt von 14080, 5qP, und die Summe dieser 4 △ macht also 93689, 5qP, welches der Flächen-Inhalt der ganzen Figur ist.

Tab. I. Fig. 12.

Nun sollen aus dieser Fläche 3 gleiche Theile gemacht werden, wie groß demnach ein jeder Theil seyn müsse, kann man leicht erfahren, wenn der gefundene Flächen-Inhalt (93689, 5qP) durch 3 dividiret wird, da der Quotient 31229, 8qP giebt, welches also die Größe für jeden Antheil ist.

Nunmehro ist also noch die geometrische Operation vorzunehmen übrig; addire demnach den Inhalt des △ ABC zu dem Inhalte des △ ACD, weil aber diese beyde Triangel nur 20217, 5qP zur Summe geben, so fehlen noch 11012, 3qP, es muß also dieser Mangel dadurch ersetzet werden, daß man vom △ ADE ein Stück abnimmt, so der fehlenden Größe gleich ist. Da nun der Aufgabe zufolge, die Theilungs-Linie nicht anders als auf DE fallen kann, so entgehet dieser Linie ein gewisses Stück, wenn voriger Antheil von der ganzen Fläche abgesondert wird. Es ist also zu wissen nöthig, wieviel von DE, welche 292P hält, noch übrig bleibe, solches läßt sich am bequemsten ausfindig machen, wenn man zu dem Inhalte des △ ADE, zu seiner Grundlinie und dem

dem noch fehlenden Theile, die vierte Proportional-Linie suchet, indem man setzet:

$$\overset{qp}{47264} : \overset{p}{292} :: \overset{qp}{11012,3} : x$$

so kommen für den Quotienten 682^d, welches also die Länge, so von D nach E in b muß abgemessen werden. Wenn man alsdenn die Linie Ab ziehet, so schneidet selbige den einen dritten Theil in solcher Größe ab, wie er vorhin arithmetisch gefunden worden.

Den zweyten Participanten-Theil abzumessen, ist folgende Operation bequem: Man addire den Defect von 11012,3^qp zu dem eigentlichen Participanten-Theile, welcher vermöge voriger Berechnung 31229,8^qp war, so entstehet die Summe von 42242,1^qp, welcher Flächen-Inhalt von dem △ ADE muß abgemessen werden. Damit man nun zu solchem △ die Grundlinie ohne Weitläuftigkeit finde, so suche man zu ADE, zu seiner Grundlinie und zu dem Flächen-Inhalte von DAm, die vierte Proportional-Linie, nämlich man setze:

$$\overset{qp}{47264} : \overset{p}{292} :: \overset{qp}{42242,1} : x$$

so entstehen 2609^d, diese werden von D nach E in m abgestochen, alsdenn ziehet man die Linie Am, welches die rechte Scheidelinie für den zweyten Antheil Abm ist.

Was den dritten Antheil betrifft, hat man nicht nöthig, dieserwegen eine Berechnung anzustellen, auch bedarf er keiner fernern geometrischen Operation, indem dieser Antheil sich dadurch von selbst ergiebt, daß die beyden ersten Antheile von der ganzen Fläche abgesondert worden, und ist auch leicht zu ermessen, daß selbiger so groß als der erste oder zweyte Antheil seyn muß.

Da also die Theilung auf dem Papiere verlangtermaßen geschehen, kann solche auf dem Platze nach eben dieser Art vollzogen werden, wenn man die Länge Db und Dm, auf der Linie DE also in gewöhnlichen Maaße abstecket, wie sie nach verjüngten Maaße auf dem Papiere abgestochen worden.

Daß diese Operation sowohl in der Theorie als Praxi ihre völlige Richtigkeit habe, ist aus vorhin gegebener Erklärung deutlich zu ersehen, indem alles so genau zutrifft, als in der Aufgabe begehret wird, denn die Summe von denen 3 Participanten-Theilen ist dem Quadrat-Inhalte der vorgegebenen Fläche gleich.

Zweyte Aufgabe.

§ 19.

Es soll eine sechsseitige Fläche aus dem gegebenen Puncte D also getheilet werden, daß die

Theilungs-Linien auf AB treffen, und die Antheile nach den Verhältnissen von 20, 8, 15 und 11 ausfallen.

Auflösung.

Man berechne zuförderst den Flächen-Inhalt der Figur durch Triangel, von welchen sowohl die Grundlinien als Perpendikel im Maaße bekannt sind, so kommen für den △ ADB, dessen Grundlinie 170P und der Perpendikel 97P hält, 8245qP, und für den △ DBC, dessen Grundlinie 105P. und sein Perpendikel 24P, entstehen 1260qP. Desgleichen für den △ FAD, von welchem die Grundlinie 160P, und der Perpendikel 40P kommt der Inhalt von 3200qP, und endlich für den △ FED, dessen Grundlinie 143P und der Perpendikel 12P ausmachet, findet sich der Inhalt von 858qP. Diese vier Inhalte addiret, giebt 13563qP für den Flächen-Inhalt der Figur ABCDEF. Tab. II. Fig. 13.

Nun soll nach Inhalt der Aufgabe, die Theilung nach den vorgeschriebenen Verhältnissen geschehen; dieses zu bewirken, muß man zu jeder vorgegebenen Verhältniß die Proportional-Zahl suchen, das ist, diejenige Zahl, zu welcher sich die gegebene Verhältniß-Zahl eben so verhält, als wie die Summe aller Verhältniß-Zahlen zu dem Flächen-Inhalte der ganzen Figur. Summire

 demnach

demnach die 4 gegebenen Verhältnißzahlen, und setze alsdenn:

Für die erste Verhältniß:

Summe der Verh. Zahlen.		zum q. Jnh. von ABCDEF	::	Erste Verh. Zahl	:	x
54	:	13563 qP.	::	20	:	x

$$\begin{array}{l} \\ 9) \\ 2) \\ \\ \end{array} \frac{\overset{1507}{\cancel{13563}} \times \overset{10}{\cancel{20}}}{\underset{\underset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{54}}} = \frac{15070}{3} = 5023\tfrac{1}{3}\,\text{qP}$$

Für die zweyte Verhältniß:

$$54 : 13563\,\text{qP} :: 8 : x$$

$$\begin{array}{l} \\ 9) \\ 2) \\ \\ \end{array} \frac{\overset{1507}{\cancel{13563}} \times \overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{\underset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{54}}} = \frac{6028}{3} = 2009\tfrac{1}{3}\,\text{qP}$$

Für die dritte Verhältniß:

$$54 : 13563\,\text{qP} :: 15 : x$$

$$\begin{array}{l} \\ 9) \\ 3) \\ \\ \end{array} \frac{\overset{1507}{\cancel{13563}} \times \overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{\underset{2}{\cancel{6}}}{\cancel{54}}} = \frac{7535}{2} = 3767\tfrac{1}{2}\,\text{qP}$$

Für

Für die vierte Verhältniß:

$$54 : 13563^{qP} :: 11 : x$$

$$9)\ \frac{13563 \times 11}{84} = \frac{16577}{6} = 2762\tfrac{5}{6}^{qP}$$

(1507 über 13563, 6 unter 84)

Nachdem nunmehro der proportionirliche Flächen-Inhalt für jeden verhältnißmäßigen Antheil gefunden worden, so muß für jeden unbekannten Inhalt die Länge zur Grundlinie gesuchet werden, welche wie die Aufgabe begehret, auf der Linie AB soll abgestecket werden, solche Abtheilung wird auf folgende Art bewirket:

Die beyden △ FAD und FED geben zusammen einen Inhalt von 4058 qP. diesen subtrahire von dem Flächen-Inhalte, welcher für die Proportional-Zahl 20 heraus gekommen, so entstehet der Rest von $965\frac{1}{3}$ qP. für diesen ist also die Grundlinie auf der Grundlinie AB zu suchen nöthig, welche sich findet, wenn man zu dem Flächen-Inhalte des Triangels ADB, zu seiner Grundlinie und dem jetzt erhaltenen Reste, die vierte Proportional-Zahl suchet, da alsdann die Länge heraus kömmt, welche von A gegen B in m abgestochen wird.

ADB : AB :: Rest : x

8245 qP : 170 P :: $965\frac{1}{3}$ qP : x

2 — 2896

$$\frac{170 \times 2896}{8245 \times 3} = \frac{5792}{291} = 19\tfrac{263}{291}\text{P}$$ = der Länge so von A gegen B in m zu setzen.

(gekürzt: 17) 10 / 5) 488, 97)

Nunmehro suche man die Linie, so für die vermittelst der Proportional-Zahl 8 heraus gekommene Fläche gehöret, solche zu finden, suche man wie vorhin zu dem Innhalte des △ ADB zu seiner Grundlinie und zu der Fläche, so von der Verhältnißzahl 8 entstanden, die vierte Proportional-Zahl und setze:

8245 qP : 170 P :: $2009\frac{1}{3}$ qP : x

2 — 6028

$$\frac{170 \times 6028}{8245 \times 3} = 12056 \,|\, 41\tfrac{125}{291}\text{P}$$ = der Länge so von m in n zu setzen.

(gekürzt: 34 / 5) 1649 / 17) 97)

291) 1164
416
291
125

Um die Linie zu finden, welche für die Proportional-Fläche der Zahl 15, auf der Linie AB muß abgestochen werden, verfahre man eben so, wie bey vorhergehender Operation gezeiget worden. Suche also zu dem Flächen-Innhalte

von

von ADB, zu seiner Grundlinie und zu dem Flächen-Inhalte für die Verhältnißzahl 15, die vierte Proportional-Zahl, als:

$$8245^{qP} : 170^{P} :: 3767\tfrac{1}{2}^{qP} : x$$

2 | 7535
10

$$17)\ \frac{170 \times 7535}{8245 \times 2} = 7535 \,|\, 77\tfrac{66}{97}{}^{P} = \text{der Länge die von n in o zu setzen.}$$

5) 485   97) 679
97   745
679
66

Um die Linie für die Proportional-Fläche der Verhältnißzahl 11 zu finden, subtrahire den Inhalt des △ DBC von der Fläche für die erstgedachte Verhältnißzahl, und suche sodann zu dem Inhalte des △ ADB zu seiner Grundlinie und dem gefundenen Reste, die vierte Proportional-Zahl, als:

$$8245^{qP} : 170^{P} :: 1502\tfrac{5}{6}^{qP} : x$$

2 | 9017
10

$$17)\ \frac{170 \times 9017}{8245 \times 6} = 9017 \,|\, 30\tfrac{287}{291} = \text{der Länge oB.}$$

5) 485   3   291) 873
97   287

Erste Anmerkung.

Letztere Berechnung hätte man gänzlich ersparen können, indem sich die Länge des noch feh-

lenden Theils von selbst ergiebt, wenn solche Operation hieselbst nicht zu einer Probe dienen sollte.

Zweyte Anmerkung.

Da die Verhältnisse nicht bestimmet, wo sie eigentlich hingetragen werden sollen, so hat man nach der Gestalt der Figur dahin zu sehen, wo die größten Verhältnisse anzubringen nöthig sind, um auf der Linie alle Puncte zu erhalten.

Dritte Aufgabe.

§ 20.

Man soll eine Fläche ABCD also in zwey gleiche Theile theilen, daß die Theilungs-Linien aus dem Winkel C auf die Linie AB treffen.

Tab. II. Fig. 14.

Auflösung.

Weil hier weder der Inhalt der Figur, noch eine Linie derselben bekannt ist, so muß man die Operation geometrisch folgendergestalt ausführen: Man nehme AB für die Grundlinie an, und reducire sodann die Figur in ein △, wie § 12. gelehret worden, halbire alsdann oB in m, und ziehe mC, so ist dieses die Scheide-Linie für die Hälfte.

Vierte Aufgabe.

§ 21.

Es soll die Fläche ABCD aus dem Puncte F in zwey gleiche Theile getheilet werden.

Auflösung.

Auflösung.

Zertheile die Figur aus dem gegebenen Puncte in Triangel, und berechne deren Inhalt, so findet sich für den △ ADF, dessen Perpendikel 60P. und seine Grundlinie DF = 115P, der Inhalt von 3450qP. Für den △ DCF, dessen Grundlinie ebenfalls 115P, und der Perpendikel $96\frac{12}{23}$P hält, kommen zum Inhalte 5550qP. und endlich für den △ CFB, dessen Perpendikel 72P und seine Grundlinie 124P hält, findet sich der Flächen-Inhalt von 4464qP. Addire nunmehro diese 3 Inhalte, so ist die Summe 13464qP; und diese halbiret, giebt den Inhalt für jede Hälfte, nämlich 6732qP.

Um nun die begehrte Theilung richtig und ohne Weitläuftigkeit zu bewirken, so betrachte den △ ADF, dessen Inhalt 3450qP. nun sind für den halben Flächen-Inhalt der ganzen Figur (vermöge der Berechnung) 6732qP gefunden worden, mithin ist vorerwehnter Triangel um 3282qP zu klein, es muß also von dem △ DCF so viel weggenommen werden, als der gefundene Defect ausmachet. Weil nun DF schon bekannt, so dividire mit dieser Länge in die 3282qP. so findet sich der halbe Perpendikel für den Dreyeck, der den Mangel ersetzet. Setze demnach das Duplum des gefundenen halben Perpendikels, nämlich 57P von der Linie FD, durch ei- Tab. II. Fig. 15.

nen Bogen in a, und ziehe mit FD die Parallel-Linie Ea so, daß sie den Bogen berühret, und DC in E schneidet, ziehe sodann EF, so ist diese die wahre Theilungs-Linie, mithin DAEF die Hälfte von der vorgegebenen Fläche ABCD.

Der Beweis ist in der Geometrie anzutreffen, und aus demjenigen leicht zu verstehen, was daselbst von Berechnung des Inhalts der Triangel gelehret wird. Wenn man nämlich die Grundlinie mit dem halben Perpendikel multipliciret, so entstehet daraus der Flächen-Inhalt. Dividiret man diesen Inhalt wieder mit der Grundlinie, so muß nothwendig der halbe Perpendikel wieder heraus kommen, und wenn man diesen doppelt nimmt, so kann man das Triangel construiren; welches zu zeigen war.

Fünfte Aufgabe.

§ 22.

Es soll eine irreguläre Fläche in 5 gleiche Theile getheilet werden, und zwar ist weder Punct noch Grundlinie gegeben, denn es sollen die Theile nur nach der Länge der Figur an einander kommen.

Auflösung.

Tab. II. Fig. 16. Es wird erfordert, daß man die Figur in so viel Triangel theile, als sich thun läßt, und daß man alsdenn jedes Dreyeck nach dem Tab. I.

befind-

befindlichen Maaßstabe, besonders ausrechne, um die Theilung desto leichter zu bewerkstelligen. So kommen für das △ AKI 2028qP. für das △ AIB 3741qP. für das △ IBH 3312qP. für das △ HBC $2777\frac{1}{2}$qP. für das △ HCG 2323qP. für das △ GCD 1044qP. für das △ GDF 1150qP und für das △ FDE 3000qP. welches zusammen $19375\frac{1}{2}$qP für den Inhalt der Figur ABCDEFGHIK beträgt.

Diesen Inhalt der Summe aller Dreyecke dividire man durch 5, so kommen $3875\frac{1}{10}$qP für den fünften Theil. Nun subtrahire man das △ AKI von diesem gefundenen fünften Theile, so entstehet ein Rest von $1847\frac{1}{10}$qP. welcher Inhalt noch von dem △ AIB muß abgenommen werden, solches geschiehet nach der vorhergehenden Aufgabe also: Man dividire mit der Grundlinie AI in den Rest ($1847\frac{1}{10}$qP) so erhält man den halben Perpendikel, dessen Duplum trage man durch einen Bogen aus IA in das △ AIB einwärts, als hier in a, ziehe mit der Linie IA eine Parallel-Linie durch a, welche die Linie AB in b schneidet, und ziehe bI, so ist der erste Theil abgeschnitten.

Nun subtrahire man vom △ AIB, welches vermöge voriger Berechnung, 3741qP betrug, das weggenommene Stück, so $1847\frac{1}{10}$qP ausmachet, so ist das △ IbB Inhalt = $1893\frac{9}{10}$qP. und

also

also für den fünften Theil zu klein; man nehme also vom △ IBH noch ein Stück dazu, so den Mangel ersetzet, dieses Stück wird also gefunden: Man subtrahiret den Inhalt des △ IbB von $\frac{1}{5}$ der ganzen Figur, so kommt ein Rest von $1981\frac{1}{5}$q P. und dividiret diesen Inhalt mit der Grundlinie IB, so findet sich wie vorhin der halbe Perpendikel, nimmt alsdenn dessen Duplum, und schneidet es auf IK eben so ab, wie vorhin auf AB geschehen, so ist Bc die Theilungs-Linie für den zweyten fünften Theil.

Für den dritten Antheil verfahre man auf vorige Art, und subtrahire IBc vom △ IHB, so findet sich ein Rest von $1330\frac{4}{5}$q P. welches wiederum weniger als $\frac{1}{5}$ der gegebenen Figur ist; man addire also das △ HBC dazu, so kommen $4108\frac{3}{10}$q P. welches gegen $\frac{1}{5}$ zu groß, derowegen muß vom △ HBC noch ein Stück abgenommen werden, welches $233\frac{1}{5}$q P ausmachet. Man dividire daher solchen Inhalt mit der Linie HC, so erhält man den halben Perpendikel, dessen Duplum = 46P in das Dreyeck getragen und auf der Linie Bc in d abgeschnitten wird.

Den vierten Antheil abzusondern, addire man das △ Hdc und das △ HCG zusammen, so kommen $2556\frac{1}{5}$q P. welcher Inhalt noch zu klein ist; man addire also noch das △ CGD dazu, so kommen $3600\frac{1}{5}$q P. welches noch nicht hinreichet,

es

es muß also noch ein Stück vom Δ GFD genommen werden, welches $274\frac{9}{10}$ qP halten muß. Man dividiret also diesen Inhalt mit der Linie GD, so ergiebt sich wie vorhin der halbe Perpendikel, so auf vorgemeldete Art in das Δ GFD getragen wird, und ziehet De, so ist der vierte Theil auch abgeschnitten.

Der fünfte Antheil bleibet also nach der Absonderung der vier erstern übrig, wenn man nur die $274\frac{9}{10}$ qP vom Δ GFD abziehet und das Δ FDE dazu addiret, so ist die entstehende Summe = $\frac{1}{5}$ von ABCDEFGHIK.

Sechste Aufgabe.

§ 23.

Es sey eine fünfseitige Figur ABCDE, in welcher der Punct F gegeben ist, selbige soll in zwey gleiche Theile getheilet werden, und die Theilungs-Linien sollen nach Möglichkeit mit der Linie AB gleich laufen.

Auflösung.

Man theile die Figur in Dreyecke, deren Spitzen auf den Punct F fallen, und berechne ein jedes, so findet sich, daß das Δ AFB 2420 qP hält, das Δ BFE $1852\frac{1}{2}$ qP. das Δ EFD 1500 qP. das Δ DFC 1584 qP, das Δ CFA 1750 qP. also hält die ganze Figur ABCDE, $9106\frac{1}{2}$ qP. Nach der Bestimmung der Aufgabe, muß der Tab. II. Fig. 17.

Inhalt

Inhalt halbiret werden, welches $4553\frac{1}{4}$ qP giebt. Da nun die Theilungs-Linie mit AB möglichst gleich laufen soll, so fällt das △ AFB gänzlich zu dem einen Theile, man subtrahire also dieses Dreyeck von dem halben Theile, so bleibet der Rest $2133\frac{1}{4}$ qP. Diesen muß man in die beyden Triangel AFC und BFE so eintheilen, daß die Theilungs-Linien mit AB mehrentheils gleich laufen. Theile also hier das △ geometrisch auf der Linie AC in 3 gleiche Theile, so ist aF eine Theilungs-Linie. Subtrahire $\frac{2}{3}$ Inhalt des △ AFC von dem Reste $2133\frac{1}{4}$ qP. so ist der ganze Defect noch $966\frac{7}{12}$ qP. selbiger muß noch von dem △ EFB abgenommen werden. Man suche also zu dem ganzen Inhalte des △ EFB, dessen Grundlinie EB (65P) und dem Defect ($966\frac{7}{12}$ qP) die vierte Proportional-Linie, welches 339P die man von B nach E in b trägt und bF ziehet, so ist diese die verlangte Theilungs-Linie und ist also die Figur aus dem Puncte F in zwey Hälften getheilet.

Siebende Aufgabe.

§ 24.

Es soll eine vorgegebene Fläche als ABCDEF durch eine auf AF perpendicular stehende Linie, in die Hälften getheilet werden.

Auflösung.

Auflösung.

Man vertheile die Fläche in Triangel und Trapezia, rechne eines jeden Quadrat-Inhalt aus, und addire selbige zusammen, so kommen für den Quadrat-Inhalt 14083qP. welches für die ganze Fläche gilt. Dividiret man nun diese Summe durch 2, so kommen für die Hälfte $7041\frac{1}{2}$qP. Tab. II. Fig. 18.

In Betracht der Theilung verfahre man folgendergestalt: Addire den Inhalt des △ ABg, welcher von 1220qP gefunden wird, zu dem Inhalte des Trapezii BgCh, welcher hier 8584qP. hält, so kommen 9804qP. Hält man nun diese Summe gegen die Hälfte der vorgegebenen Fläche, so findet sich, daß gedachte Summe größer ist, wenn also vorgemeldete Hälfte von der gefundenen Summe abgezogen wird, so ist der Rest der Ueberschuß des Participanten-Theils $2762\frac{1}{2}$qP. Dieser muß also von dem Trapezio BCgh abgenommen werden, welches auf folgende Art geschicht: Dividire den Ueberschuß, nämlich die $2762\frac{1}{2}$qP durch die Linie hC = 97P. so kommen 284P. welches die Weite ist, so von h nach m muß abgeschnitten werden. Nun ziehe die verlangte Theilungs-Linie mit hC parallel, und mache daraus mit der Länge der Linie Ch ein Parallelogramm, so siehet man, daß noch ein △ noC übrig bleibet, so aus der Figur fällt, dahero muß dieses nochmals von dem Trapezio Bnmg abgezogen

zogen werden. Man berechne also das Δ noC, indem man die Linie no auf dem Maaßstabe misset, welche hierdurch von 9ᵖ gefunden wird, und oC = mh = 284ᵖ. also das Δ = 12780qᵖ. Diesen gefundenen Inhalt dividire man mit nm, welche = 88ᵖ, so ist mq = 14,5ᵈ, solches Maaß trage man von m in q, und ziehe mit Ch die Parallel-Linie qp, so ist das Trapezium ABCDEF, durch die Perpendicular-Linie qp in 2 gleiche Theile getheilet.

Anmerkung.

Sollte das Δ noC sehr groß ausfallen, so muß man außer dieser Operation noch eine anstellen, indem dieser Art Theilung jederzeit ein kleines Dreyeck fehlen wird; wiederholet man aber die Operation oft, so wird auch dieses noch fehlende Dreyeck auf dem Felde selbst sehr wenig mehr betragen. Man siehet also hieraus, daß diese Aufgabe wohl arithmetisch bestimmet, aber geometrisch nicht vollkommen aufgelöst werden kann, es wäre denn, daß BC und AF mit einander parallel liefen. Indessen wird bey practischen Ausführungen ein so kleiner Fehler nicht in Erwegung gezogen.

Achte Aufgabe.

§ 25.

Eine dreyseitige Fläche ABC soll aus zweyen in AB liegenden Puncten D und E in drey gleiche Theile getheilet werden.

Auflö-

Auflösung.

Man theile die Linie AB in 3 gleiche Theile in o und n, und ziehe mit DC durch o die Parallel-Linie oG, und sodann die Linie GD, so ist letztere die eine Theilungs-Linie. Desgleichen ziehe man auch mit CE durch den andern Theilungspunct n, die Parallel-Linie nH, und demnächst die Linie HE, so bekommt man die zweyte Theilungs-Linie, und ist also das △ ABC, aus den vorgegebenen Puncten D und E in 3 gleiche Theile getheilet. Tab. II. Fig. 19.

Beweis.

Wenn man Co und Cn ziehet, so wird dadurch der △ ABC in 3 gleiche △ ACo, onC und CnB verwandelt (weil alle 3 △ gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben) und weil oG und CD einander parallel sind, so ist der △ oGD = △ oCG aus vorgemeldeter Ursache.

Nun ist der △ Aog = △ AoG per axioma,

---

daher △ AoG + △ oGD = △ oGC + △ AoG
oder der △ AGD = △ AoC

Desgleichen ist wegen der beyden Parallel-Linien CE und nH,

der △ CnE = △ HCE
Nun ist △ CEB = △ CEB per axioma,

---

daher der △ CnE + △ CEB = △ HCE + △ CEB,
oder △ CnB = Trapez. CHEB

E Nun

Nun ist der Δ CnB = $\frac{1}{3}$ vom Δ ABC, dahero das Trapez. EHCB = $\frac{1}{3}$ vom Δ ABC u. folglich ist das Trapez. DGHE = $\frac{1}{3}$ vom Δ ABC.

Neunte Aufgabe.

§ 26.

Man soll einen Platz ABCDE aus zweyen gegebenen Puncten C und r in seine Hälften theilen.

Auflösung.

Tab. II. Fig. 20. Verwandle die Figur in einen Triangel, theile alsdenn dessen Grundlinie in 2 gleiche Theile, in n, und weil der eine Theilungspunct in r gegeben, so ziehe von r und n nach C Linien, die einen Triangel formiren. Weil nun solchergestalt die eine Hälfte als CDEr um den Δ Crn zu groß würde, so muß solcher von gedachter Figur abgenommen werden, und dieses geschiehet also: Trage die Grundlinie rn des Δ Crn nach i, und ziehe die Linie iC, so ist der Δ Cin = dem Δ Crn, weil sie gleiche Grundlinien und Höhen haben. Nun betrachte den Δ iCr, als einen Δ, welcher aus dem Puncte r in die Hälfte soll getheilet werden, theile also iC in die Hälfte in o, und ziehe ro, so ist roi und roC die Hälfte vom Δ iCr. Da nun roi die Hälfte vom Δ iCr ist, und rnC die Hälfte des Δ iCr, so muß auch roi dem Δ nCr gleich seyn. Da nun iro =

nCr,

nCr, so muß auch roC dem △ nrC gleich seyn; man ziehe also die Linien ro und oC, so ist die Figur verlangtermaßen in ihre Hälften getheilet.

Zehnte Aufgabe.

§ 27.

Es soll eine vierseitige Fläche ABCD aus den beyden Puncten o und g in 3 gleiche Theile getheilet werden.

Auflösung.

Man nehme ohngefehr in der Mitte der Figur eine Linie mn an, welche auf beyden Seiten verlängert wird, alsdenn reducire man das eine Stück der Figur auf einen △ aoc, dessen Grundlinie ac in 3 gleiche Theile getheilet wird, und ziehe durch die Theilungspuncte e, k, die Linien oe, ek; hierauf reducire man den andern Theil der Figur ebenfalls auf einen Triangel mgn, dessen Grundlinie mn ist, setze auf dieser Grundlinie des neuen Triangels abermal 3 gleiche Theile ab in i und f, und ziehe gi und gf, so ist oeigkf $\frac{1}{3}$ von der vorgegebenen Fläche, und jede der zu beyden Seiten liegenden Flächen, macht vermöge der Construction ebenfalls $\frac{1}{3}$ der Figur aus. Tab. II. Fig. 21.

Der Beweis dieser Operation gründet sich auf das Vorhergehende.

Eilfte Aufgabe.

§ 28.

Man soll eine fünfseitige Figur dergestalt in 3 gleiche Theile theilen, daß der eine Theil die beyden Seiten BC und CD, der andere DE und EA, und der dritte AB zu seinem Antheil behält.

Auflösung.

Tab. II. Fig. 22. Ziehe die Diagonalen nach Verlangen der Aufgabe, als DB und DA, berechne jedes Δ, und addire solche zusammen; theile die Summe in 3 gleiche Theile, betrachte ein jedes Triangel gegen den dritten Theil, als: der ganze Inhalt von ABCDE ist $8431\frac{1}{2}$qP und der dritte Theil ist $2810\frac{1}{2}$qP. Betrachte also das Δ ADB, welches $4036\frac{1}{2}$qP, mithin um 1226qP zu groß ist, und verkleinere es folgendergestalt: Dividire mit dem Perpendikel des Δ ADB den dritten Theil, so giebt der doppelte Quotient die Grundlinie von 814P, welche man von B gegen D in f trägt und die Linie af ziehet, so ist AfB der erste dritte Theil. Nun betrachte das Δ DCB von 2457qP gegen den dritten Theil, so ist solches noch um $353\frac{1}{2}$qP zu klein, betrachtet man nun das Δ EDA von 1938qP nebst dem Stück DAf 1226qP, so vom Δ ADB ist übrig geblieben, und addiret solche zusammen, so wird man befinden, daß solches um $353\frac{1}{2}$qP zu groß ist.

Die-

Dieses nun dem andern Triangel zuzutheilen, dividire man mit Df 306P den Inhalt des Stücks $353\frac{1}{2}$qP, so giebt der doppelte Quotient den Perpendikel 1958d, welcher auf Df aufgerichtet wird, und ziehe mit Df durch den Punct eine Parallel-Linie, welche Af in g schneidet; ziehe endlich gD, so ist geschehen, was man verlanget, und DgAE, AfB und BfgDC sind jedes ein dritter Theil der gegebenen Figur.

Beweis.

Solcher ist aus dem vorhergehenden zu ersehen, nur daß dieses eine zusammengesetzte Aufgabe ist.

Anmerkung.

Sollte den beyden Theilhabern des Stücks AfB und gDCBf die Spitze f nicht anständig seyn, so kann auch leicht eine Theilungs-Linie hi gesuchet werden, welche die beyden Winkel abschneidet, welches weiter gewiesen werden soll.

Zwölfte Aufgabe.

§ 29.

Es soll von einem dreyeckigen Platze, dessen Inhalt unbekannt, der fünfte Theil also abgemessen werden, daß die Theilungs-Linie mit EF parallel gehe.

Auflösung.

Tab. III. Fig. 23.

Man theile eine von den andern beyden Seiten, als hier FG. in 5 gleiche Theile (wenn diese Linie vorhero verlängert worden) und trage vier Theile von FG aus G in H, und suche alsdenn zu FG und GH eine mittlere geometrische Proportional-Linie Gp, auf folgende Art: Theile FH in zwey gleiche Theile, und beschreibe mit der Hälfte aus der Mitte von FH einen halben Zirkel; richte aus G die perpendicular-Linie Gp auf, welche den Zirkel in p durchschneidet, setze itztgedachte Linie durch einen Bogen in o; ziehe aus diesem Puncte mit FE die Parallel-Linie or, so ist diese die Scheidelinie für den begehrten fünften Theil, und also FoEr = $\frac{1}{5}$ von FEG.

Beweis.

Der Δ orG $\backsim$ Δ GEF, wegen der beyden Parallel-Linien EF und or, dahero verhalten sich diese beyden Triangel gegen einander, als wie die Quadrate ihrer correspondirenden Seiten Go und GF.

Nun verhält sich EFG : org wie das Quadrat von FG zu dem Quadrat der Linie oG.

Nun verhält sich FG zu Gp oder Go wie Gp zu GH, folglich ist das Quadrat von GF zu dem Quadrat von Go als wie GF : GH, das ist:

GF : GH :: 5 : 4

mithin

mithin verhält sich auch der Δ GFE zu dem Δ gor, wie 5:4, dahero das Trapezium FoEr = $\frac{1}{5}$ vom Δ EFG.

Dreyzehende Aufgabe.

§ 30.

Es soll eine Fläche ARGS also in zwey Hälften getheilet werden, daß die Theilungs-Linien mit den beyden Seiten AR und RG parallel laufen.

Auflösung.

Man ziehe die Diagonal-Linie RS, verlängere alsdenn GS, und trage dessen Hälfte aus S in o; man suche sodann zu GS und So eine mittlere geometrische Proportional-Linie Se, trage diese Linie durch einen Bogen aus S in K, und ziehe aus diesem Puncte mit RG die Parallel-Linie iK, und aus i mit AR, die Parallel-Linie di, so ist die Figur begehrtermaßen getheilet. Tab. III. Fig. 24.

Der Beweis ist mit dem in voriger Aufgabe einerley, und also hier die doppelte Aufgabe, nur daß man nicht nöthig hat, die Operation doppelt vorzunehmen, weil die Parallel-Linie ik, die Diagonal-Linie RS nach eben der Proportion abschneidet, daß dadurch der Δ RSA in zwey Hälften getheilet wird, wenn man mit RA die Parallel-Linie di ziehet.

Vierzehende Aufgabe.

§ 31.

Von der Figur ABCD sollen $\frac{2}{5}$ und $\frac{1}{8}$ also abgemessen werden, daß die Theilungs-Linien mit AB, BC und CD parallel laufen, und zwar sollen $\frac{2}{5}$ den äußern Antheil ausmachen.

Auflösung.

Tab III. Fig. 25. Man nehme einen beliebigen Punct E an, und zwar in der Mitte der Linie AD, weil die Seiten damit nicht parallel gehen, theile AE in 5 gleiche Theile, und trage 3 derselben auf die verlängerte Linie AE in F, theile FE in zwey Hälften und beschreibe einen halben Zirkel, richte auf A eine Perpendicular-Linie AG auf, welche von dem halben Zirkel in G abgeschnitten wird. Hierauf trage man AG aus E in H, und ziehe mit AB eine Parallel-Linie HI, so ist ABIH $\frac{2}{5}$ von dem Δ ABE; man ziehe ferner mit BC die Parallel-Linie IK, und mit CD die Parallel-Linie KL, so sind die $\frac{2}{5}$ nach Begehren von der Figur abgeschnitten, welches mit der vorhergehenden Aufgabe einerley ist. Um nun auch den achten Theil abzusondern, addire man beyde Brüche, welche $\frac{21}{40}$ betragen, theile also AE in 40 Theile, und verfahre damit wie vorhin geschehen, so wird sich die zweyte Abtheilung, als hier MNOP finden.

Beweis.

Da hier die zwey Theile zusammen addiret worden, so ist solches als eine Operation anzusehen; und da vorhero schon $\frac{2}{5}$ abgetheilet worden, so muß nothwendig, wenn selbiges davon wieder weggenommen wird, das Stück HIKLMNOP = $\frac{1}{8}$ seyn.

Funfzehende Aufgabe.

§ 32.

Es soll von einer Feldmark der dritte und fünfte Theil also abgeschnitten werden, daß die Theilungs-Linien mit AG, GF, FE, ED und DC parallel laufen, und soll $\frac{1}{3}$ den äußern Antheil ausmachen.

Auflösung.

Da AB und BC Seiten sind, so nicht mit der Abtheilung parallel laufen sollen, so nehme man den Punct B an, und ziehe nach allen Winkeln der Figur Diagonalen. Man fange die Operation auf der Linie AB oder BC an, und verfahre damit wie in der vorhergehenden Aufgabe gezeigt worden, indem solche mit der gegenwärtigen in Ansehung der Abtheilung einerley ist. Tab. III. Fig. 26.

Sechzehende Aufgabe.

§ 33.

Es soll eine Figur ABEFGHL folgendergestalt in die Hälften getheilet werden, daß die

Seiten alle mit einander parallel laufen, und die eine Hälfte in der Mitte der Figur bleibet.

Auflösung.

Tab. III. Fig. 27. Nehmet in der Figur einen Punct an, der so viel möglich in der Mitte liegt, als hier in C. Aus diesem Puncte ziehet nach allen Winkeln der Figur Diagonalen; verlängert AC nach D, theilet AC in zwey Hälften, und traget eine davon nach D. Suchet, wie bereits gezeiget worden, die mittlere Proportional-Linie, und traget selbige aus C nach A in I, und ziehet mit den äußern Seiten der Figur Parallelen herum, so ist geschehen, was man verlanget.

Anhang.

Erste Aufgabe.

Man soll ein dreyeckiges Feld also in 3 gleiche Theile theilen, daß die Antheile lauter Trapezia ausmachen.

Auflösung.

Tab. III. Fig. 28. Man halbire zuförderst jede Seite des Triangels und ziehe alsdenn aus den Puncten a, b und c Linien nach den gegenüber stehenden Winkeln, so ist das Verlangte geschehen.

Beweis.

Das △ ABC ist in 3 △ AdC, CdB und BdA getheilet, so alle einander gleich sind, indem

dem d nach der Construction der Mittelpunkt der ganzen Figur ist, und dahero alle ihre Theile, die an diesem Punkte liegen, einander gleich seyn. Da nun zu erweisen, daß acdA auch $\frac{1}{3}$ des Δ ist, so ist adA die Hälfte des einen Drittels BdA und Adc die Hälfte des andern Drittels AdC. Da nun ABd und AdC einander gleich sind, so müssen auch ihre Hälften einander gleich seyn, und da acdA aus zweyen solchen Hälften bestehet, so muß solches auch $\frac{1}{3}$ von dem gegebenen Triangel ABC seyn, welches zu erweisen war.

Zweyte Aufgabe.

Es wird begehret, von einem Anger ABCD, welcher 2444qP hält, AB gegen über, 3 Morgen, und wiederum 5 Morgen zu Ackerland abzumessen; von dem Reste soll alsdann die Hälfte zu einem Küchen-Garten angewendet werden.

Auflösung.

Dividire die 3 Morgen mit der Linie AB, welche 50P lang ist, so erhält man eine Perpendicular-Linie von 72P, welche auf AB getragen wird (daß es nicht doppelt genommen wird, geschicht deßfalls, damit der halbe Inhalt übrig bleibet) Ziehe mit AB eine Parallel-Linie durch den Punct e, in welchem die Perpendikular-Linie auf die Linie AD trifft. Man ziehe so- Tab. III. Fig. 29.

dann

dann Be, und messe selbige auf dem Maaßstabe, so findet sich ihre Größe von 51^{p}. Dividire nachmals mit eB die 3 Morgen oder 360^{qp}, so erhält man den Perpendikel von 706^{d}. Richte wie zuvor, auf Bc eine Linie von dieser Größe perpendicular auf, und ziehe durch den Punct eine Parallel-Linie mit Be, welche die Linie Bc in f schneidet; ziehe fe zusammen, so sind die 3 Morgen abgetheilet. Was die 5 Morgen anlanget, solche werden auf gleiche Art abgeschnitten. Die Linie ef ist nach dem Maaßstabe 55^{p} dividire damit die 5 Morgen, so bekommt man den ersten Perpendikel von 109^{p}, verfahre damit wie vorhin, und miß die Linie fg, welche 555^{p} beträgt, dividire damit die 5 Morgen oder 600^{qp}, so erhält man den Perpendikel von 108^{p}. Verfahre mit diesem wie schon gemeldet, so bekommt man den Punct h, ziehe gh zusammen, so sind die 5 Morgen gleichfalls abgetheilet.

Um den Ueberrest von 5047^{qp} in 2 gleiche Theile zu theilen, theile hg in die Hälften und berechne den △ hCi, welcher 1008^{qp} zum Inhalte giebt, daß also noch $1515\frac{1}{2}^{qp}$ fehlen. Solchem Mangel abzuhelfen, muß ein anderer Triangel von so viel Quadrat-Ruthen dazu genommen werden. Dividire also mit iC in $1515\frac{1}{2}^{qp}$ so finden sich 36^{p} für den Perpendikel zu dem noch fehlenden Triangel. Setze demnach diese Länge

perpen-

perpendicular auf iC, ziehe die Parallel-Linie or, und alsdann die Linie oi, so ist die Absonderung des dritten Stücks auch bewerkstelliget.

Erste Anmerkung.

Man kann auch die Theilung dieses letzten Stücks nach § 13. verrichten, indem man DC zur Grundlinie annimmt, die Figur ghCD in einen Triangel verwandelt, und hernach die Grundlinie des Triangels in zwey Hälften theilet, so wird der Theilungspunct o eben dahin fallen, wohin er vorhin durch die Rechnung fiel.

Zweyte Anmerkung.

Hier ist der Morgen zu 120qP angenommen, und verstehen sich calenberger Ruthen oder Morgen, wie denn dieses Maaß in gegenwärtigem Werke durchgängig gebrauchet wird.

Dritter

Dritter Abschnitt.

Von der Anwendung der vorhin gezeigten Theilungs-Operationen, auf Land-Vertauschungen, Ausweisungen, Auseinandersetzungen und Land-Repartirungen.

§ 36.

Nachdem alles dasjenige, was von Bedingungen bey Land- oder Felder-Theilungen zu merken, in dem vorigen Abschnitte aufgeführet und erkläret worden, so ist leicht zu ermessen, daß die in diesem Abschnitte vorkommenden Anwendungen aus dem ersten und zweyten Abschnitte entstehen, mithin keiner fernern Erklärung desfalls hier nöthig ist. Was übrigens die Umstände der Aufgabe jedesmal mit sich führen, muß allezeit der Billigkeit gemäß und nach Inhalt der vorgeschriebenen Puncte befolget werden.

I. Von Land-Vertauschungen.

Erste Aufgabe.

§ 37.

Ein Guthsherr wünschet, daß das ihm zugehörige Feld A bey seinem zweyten Stück B läge, dahero

daher o will er sich mit zweyen seiner Unterthanen E und D dieserwegen also vergleichen, daß sie beyde zusammen von ihrer Länderey ihm so viel abtreten sollen, als sein Stück A nach Morgen oder Quadrat Ruthen ausmachet, weil also diese beyde sich hierzu verstehen, soll die Abtheilung also gemacht werden, daß dabey der eine so wenig als der andere etwas verliere. Tab. III. Fig. 39.

Auflösung.

Weil nach angestellter Berechnung eines jeden Feldes, für A, 45 Morgen oder 5400 qP gefunden, für den Inhalt von E, 26 Morgen 66 qP, und für den Inhalt von D, 10 Morgen 96 qP, so siehet man, daß das Feld E, worauf des Guthsherrn Absicht besonders gehet, um 2214 qP zu klein ist, und so von D ein Stück IOCG dazu addiret werden sollte; Gleichwohl fehlen hierzu noch 918 qP, es muß also noch ein Triangel IKM von dem Felde A abgezogen und zu E addiret werden, so ist der Wunsch des Guthsherrn erfüllet, und für seine nunmehrige Länderey ist MIG die Theilungs-Linie. Nun müssen die beyden Unterthanen so befriediget werden, wie die Billigkeit erfordert. E hatte vorhin 3186 qP, und so viel muß er wieder bekommen. Da nun durch vorige Abtheilung das Stück A in ein reguläres Parallelogramum verwandelt worden, so nehme man von selbigem

so

so viel ab, als vorhin der Flächen-Inhalt für E austrug, alsdenn ist der Rest das Stück, so D bekommen muß, folglich ist RS für diese beyden Theile die Scheide-Linie.

Zweyte Aufgabe.

§ 38.

Von einer Fläche AIHGFELB, welche schlechtes Ackerland ist, sollen 25 Morgen nach BL zu abgegeben werden, wogegen der Abgang mit guten Lande von LBDC vergütet werden soll. Da nun letzteres in Ansehung der Güte, gegen das erste Land, sich wie 3 : 5 verhält, oder 3 Morgen von diesem so gut sind als 5 Morgen vom schlechten Lande, so ist die Frage, wieviel der Tab. III. Fig. 31. Eigenthümer, gegen die erstgedachte Abnahme, an guten Feld-Lande erhalten müsse, welches mit BL parallel soll abgestecket werden.

Auflösung.

Weil hier gefragt wird, wie groß der Antheil des guten Landes seyn muß, der für die 25 Morgen schlechtes Land soll gegeben werden, so bekümmern wir uns bloß um die Beantwortung der Frage, ohne erst die 25 Morgen abzutheilen, und da die Verhältniß beyder Gattungen bekannt ist, so suchen wir vermittelst derselben, die nöthige Proportional-Zahl nach der Regel detri also:

5 : 3 :: 25 M. : x

$$\frac{3 \times 25}{5}$$

$$\frac{3 \times 25}{5} = 15$$ Morgen gut Land, so gegen die 25 Morgen schlechtes Land müssen gegeben werden. Da man also die Frage beantwortet hat, so ist noch die Vollziehung der Abtheilung übrig, welche nach Inhalt der Aufgabe, mit BL parallel gemacht werden soll. Solches kann nunmehr leicht bewirket werden, indem BL 95P hält; wenn man also einen Triangel, so 15 Morgen oder 1800qP groß ist, abtheilet, zu welchem vorher der Perpendikel gesuchet wird, und solchen alsdenn in ein Parallelogramm verwandelt, so ist OLBX der wahre Antheil, so mit BL parallel ist.

In Betracht der Abtheilung verfahre man ferner wie § 20 gesagt worden.

Dritte Aufgabe.

§ 39.

Es wollen zwey Personen A und B mit einander einen Tausch treffen; der erste will ein Stück Acker-Land ABLCDIK dem andern überlassen, wogegen der letzte von seinem Wiesenlande GFMODRS an A abtreten soll, mit dem Bedinge, daß A drey Quadrat-Ruthen Wiesenland haben will, wenn B zwey Quadrat-Ruthen Ackerland bekommt, es soll also gefunden

werden, wieviel A auf diese Art an Wiesenlande zukomme, und soll der ihm gebührende Antheil abgemessen werden.

Auflösung.

Tab. IV. Fig. 32. Zuförderst berechne man den Inhalt des Ackerlandes, als wornach die andere Gattung sich richten muß, so kommen für den △ AKB, dessen Grundlinie KB, 93^{p} lang, $1069\frac{1}{2}^{qp}$, welches mit Inbegriff der übrigen Triangel, $5621\frac{1}{2}^{qp}$ für den gesammten Inhalt von ABLCDIK ausmachet. Weil nun vermöge der Aufgabe A 3^{qp} empfangen soll, wenn B zwey Quadrat-Ruthen weg nimmt, so suche man den Betrag nach solcher Bedingung, für sein Ackerland nach der Regel detri also:

$$2 : 3 :: 5621\tfrac{1}{2}^{qp} : x$$

$$\overline{11243}$$

$$\frac{11243 \times 3}{2 \times 2} = \frac{33729}{4} = 8432\tfrac{1}{4}^{qp}$$

so A an Wiesenlande von B empfangen muß.

Um nun den Antheil von so vielen Quadrat-Ruthen richtig abzumessen, berechne man von der Wiese nach und nach so viele Triangel, bis durch deren Summirung das vorhin gefundene Quantum heraus kommt, solchemnach ist OP die Theilungs-Linie für den Antheil des Wiesenlandes, so B an A abtreten muß. Die Operation geschicht nach § 21.

Vierte

Vierte Aufgabe.

§ 40.

Es sind drey Landleute einig, eine Trift für ihr Vieh, gerade durch das Land zu machen; da nun ein jeder, und zwar der eine mehr als der andere hierbey verlieret, so wollen diese drey ein Stück gemeinschaftlichen Anger nach der Proportion eines jeden seines verlornen Landes unter sich theilen, mit der Bedingung, daß auf die Linie cd die Theilungspuncte fallen sollen, und mehrentheils mit bc parallel gehen. Tab. IV. Fig. 33.

Auflösung.

Berechne A sein Stück, welches zur Trift genommen, solches ist hier 350qP, das an B gehörige Stück hält 250qP, und C sein Stück beträgt 315qP, also zusammen 915qP. Berechne gleichfalls den Anger, welcher 7100qP, nun proportionire und setze also:

Wie sich verhält der ganze Inhalt des weggenommenen Landes (915qP) zu dem Inhalte des ganzen Angers (7100qP): So verhält sich auch der Theil von A (350qP) zu dem zu findenden Stücke des Angers;

Für A.

$$915^{qP} : 7100^{qP} :: 350^{qP} : x$$

$$\text{5)}\quad \frac{7100 \times \overset{70}{\cancel{350}}}{\underset{183}{\cancel{915}}} = \frac{497000}{183} = 2715\tfrac{155}{183}{}^{qP} \text{ oder } 2716^{qP}.$$

Für B.

$$915^{qP} : 7100^{qP} :: 250^{qP} : x$$

$$\text{5)}\quad \frac{7100 \times \overset{50}{\cancel{250}}}{\underset{183}{\cancel{915}}} = \frac{355000}{183} = 1938\tfrac{146}{183}{}^{qP} \text{. oder } 1939^{qP}.$$

Für C.

$$915^{qP} : 7100^{qP} :: 315^{qP} : x$$

$$\begin{array}{l}\text{5)}\\ \text{3)}\end{array}\quad \frac{7100 \times \overset{\overset{21}{\cancel{63}}}{\cancel{315}}}{\underset{\underset{61}{\cancel{183}}}{\cancel{915}}} = \frac{149100}{61} = 2444\tfrac{16}{61}{}^{qP}.$$

Um die Theilungs-Linien zu finden, so verfahre wie § 22. und 35. gewiesen worden, dividire nämlich mit der Linie cb, so 86P ausmacht, den Antheil von A, so erhält man den halben Perpendikel, welcher aufgetragen werden muß, wie bereits gewiesen. Mit der neuen Diagonale eb dividire nochmals den Antheil von A, so erhält man wieder einen halben Perpendikel, welcher ebenfalls aufgetragen wird, und den zweyten

Abschnitt

Abschnitt in f giebt. Ziehe fe, so ist der Antheil für A abgesondert; und so verfahre bey den übrigen Antheilen, so ist die Operation der Aufgabe gemäß geschehen.

Fünfte Aufgabe.

§ 41.

Das zu zweyen Bauerhöfen gehörige Ackerland lieget also, daß die Länderey für B hinter dem Hofe A weg gehet, und das zu A gehörige Feldland lieget dahinter, weil nun die Ausfahrt zu Streitigkeiten Anlaß giebt, sollen beyde Höfe so aus einander gesetzet werden, daß keiner den andern in der Ausfahrt beleidige, auch soll ein jeder so viel behalten als ihm gebühret, und soll also die Theilung aus dem Puncte R geschehen. Hierbey wird aber zugleich angedeutet, daß A auf jedem Morgen $1\frac{1}{2}$ Himten Aussaat hat, B dagegen hat 2 Himten Aussaat, also soll auch dieses Umstandes wegen keinen von beyden Theilen zu nahe geschehen.

Auflösung.

Man ziehe aus dem gegebenen Puncte eine Linie RO nach Belieben als hier auf AG meist perpendicular, welches die Absonderung des guten Landes ist, berechne die Figur ABOR und OIFGR, addire selbige zusammen, so hat man den Inhalt des guten Landes. Berechne ferner Tab. IV. Fig. 34.

 die

die Figur BCDEFI, welche $14784\frac{1}{2}$ qP hält, nun ist für A der Antheil abzuschneiden, davon ist das Stück ABOR von 2520 qP bereits bekannt, welches gut Land ist, so man nach der Verhältniß wie 4 : 3 berechnet, nämlich:

3 M. g. L. : 4 M. schl. L. :: 2520 qP : x

$$\frac{4 \times \overset{840}{\cancel{2520}}}{\cancel{3}} = 3360 \text{ qP schlechtes Land.}$$

Addire dieses heraus gekommene zu dem Inhalte von OBCD, und subtrahire die Summe von der Fläche BCDEFI, so ist der Rest das Stück, so noch von BCDEFI muß abgetheilet werden, welches hier die Theilungs-Linie PO giebt, also ist POR die wahre Theilungs-Linie. Die Operation geschicht nach § 18 oder 19.

Erste Anmerkung.

Es könnte vorfallen, daß B von dem guten Lande nur eine gewisse bestimmte Größe nach der vorgedachten Verhältniß abtreten wollte. In solchem Falle theile man erst das gute Land und berechne wieviel solches an schlechtem Lande beträgt, welches von dem obern so abgetheilet wird, daß die Theilungs-Linie bey O wieder ihren Anfang nimmt.

Tab. IV. Fig. 34.

Zweyte Anmerkung.

Nach ersterer Eintheilung könnte sich zutragen, daß B mit der angenommenen Scheide-Linie

OR

OR nicht zufrieden wäre, sondern glaubte zu viel gutes Land zu verlieren, indem das Land von B von besserm Werthe angenommen wird, als das Land von A, wie solches auch die gegebene Proportion zeiget. Nun will er davon nur so viel abtreten, als A seine Hälfte beträgt, dieses muß also in gutes Land verwandelt werden, es erhält B noch die Hälfte von A, und dasjenige, um welches das abgetheilte Stück besser ist, nach der gegebenen Proportion.

Sechste Aufgabe.

§ 42.

Es sollen die zu den Bauerhöfen A und B gehörigen Ländereyen gegen einander vertauschet werden: der erste hat sein Stück bey dem Hofe B liegen, und unter diesem ist hgfedc zehntpflichtig. B seine Länderey ist ABCDEFGH, welche ganz frey ist. Nun will A den zu entrichtenden Zehnten an B durch so viel Land vergüten, als auf 10 Stiegen gewöhnlich gerechnet wird. Ueberdieß wird ausgemacht, daß derjenige, dessen Feld hiernächst kleiner ist, dem andern auf jeden Morgen Ueberschuß 9 Rthlr. bezahlen soll, es ist also die Frage, wer von beyden Theilen heraus geben muß und wieviel solches in der Summe betrage?

Auflösung.

Da man nicht voraus weiß, ob beyderley Felder von einerley Größe sind, so wird eines jeden Stücks Flächen-Inhalt zu wissen erfordert, welches für das Stück abcdefgh, 58 Morgen, $95\frac{1}{2}$ qP ausmachet, das Stück ABCDEFGH hält vermöge der Ausrechnung 35 Morgen, 113 Quadrat-Ruthen.

Tab. IV. Fig. 35. Nachdem nun beyde Ländereyen der Größe nach bekannt sind, so hat man wegen des Vergleichs (den zu entrichtenden Zehnten betreffend) seine Berechnung annoch anzustellen. Es wird hierbey zum voraus erinnert, daß man in dieser Aufgabe auf den Morgen 10 Stiegen Erndte rechnet. Das zehntpflichtige Stück hält 43 Morgen $68\frac{1}{2}$ qP, mithin muß für diesen Inhalt die Stiegen-Zahl berechnet werden, solches läßt sich nach der Regel detri verrichten, wenn man setzet:

1 M. : 10 St. :: 43 M. $68\frac{1}{2}$ qP : x

$$\begin{array}{r} 120 \\ \hline 928\frac{1}{2} \\ 43 \\ \hline 5228\frac{1}{2} \\ \hline 10457 \end{array}$$

$$\frac{1\not{0} \times 10457}{12\not{0} \times 2} = 10457 \dagger 435\tfrac{17}{24}$$ Stiege, welches also der Erndte Ertrag des ganzen Feldes ist.

```
24) 96
    --
     85
     72
     --
     137
     120
     ---
      17
```

Nun ist noch ausfindig zu machen, wie stark der Betrag des zu entrichtenden Zehnten ist, solcher kann ebenfalls gefunden werden, wenn man setzet:

10 St. : 1 St. :: 435 St. : x

$$5)\ \frac{\overset{87}{\not{435}}}{\underset{2}{\not{10}}} = \frac{87}{2} = 43\tfrac{1}{2}$$ Stiege, so die Entrichtung des alljährl. Zehnten ausmachet.

Weil nun vermöge der Aufgabe, diese Abgift durch so viel Ländereyen vergütet werden soll, als 10 Stiegen auf ihrem Halme stehend bedecken, so kann dieses vermittelst der vorhin ertheilten Nachricht gefunden werden, wenn man abermal setzet:

10 St. : 1 Morg. :: $\frac{43\tfrac{1}{2}\text{ St.}}{87}$: x

$$\frac{87}{10 \times 2} = \frac{87}{20} = 4\tfrac{1}{3}$$ Morgen bey nahe, welche der Hof A über die

 ohnehin

ohnehin gebührende gleiche Morgenzahl an B noch zugeben muß.

Nunmehro ist noch übrig, dem zweyten Vergleichungspuncte ein Gnüge zu leisten, welches durch folgende Repartition sicher und leicht geschehen kann:

Das Feldland für A beträgt in allen, laut voriger Berechnung	58 M. $95\frac{1}{2}$ qP.
Die Länderey für B betrug	35 M. 113
Weil nun beyde mit einander tauschen, müßte jeder so viel wieder bekommen als er weg giebt, da aber A wegen des Zehntens noch mehr geben muß, ist sein abzustehender Theil	4. 30.
	40 M. 23 qP.
mithin müssen dem Hofe B mit Gelde noch vergütet werden	18 M. $72\frac{1}{2}$ qP.

wovon der Betrag gleichfalls gefunden wird, wenn man setzet:

$$\frac{1\text{ M.}}{120} : 9\text{ Rthlr.} :: 18\text{ M.}\ 72\tfrac{1}{2}\text{ qP} : x$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \hline 432 \\ 18 \\ \hline 2232\tfrac{1}{2} \\ \hline 4465 \end{array}$$

$$\frac{\overset{3}{\not{9}} \times \overset{893}{\not{4}\not{4}\not{6}\not{8}}}{\underset{3)}{\underset{5)}{\not{1}\not{2}\not{0}}} \times 2 \;\; \underset{8}{\not{2}\not{4}}} = 2679 \dagger 167\tfrac{7}{16}$$ Rthlr. so A an B noch bezahlen muß.

```
16) 16
    ---
    107
     96
    ---
    119
    112
    ---
      7
```

II. Von Land-Ausweisungen.

Siebende Aufgabe.

§ 43.

Ein Stück Holzung von 9427 □P soll dreyen Dörfern A. B und C also zugemessen werden, daß A anderthalb mal so viel bekomme als C, und B soll zweymal so viel als A erhalten.

Auflösung.

Weil hier der Antheil für jedes Dorf nur nach der Verhältniß zu andern Theilen bestimmet worden, so kann derselbe nach Quadrat-Maaße, mit Vermeidung vieler Weitläuftigkeit nicht anders als durch Gleichungen berechnet werden. Weil nun vermöge der Aufgabe das Dorf C den kleinsten Holz-Antheil bekommen soll, wollen wir mit diesem den Anfang machen und setzen: Tab. IV. Fig. 36.

Es

Es bekomme C = x

$$\left.\begin{array}{l} \text{und } A = x + \frac{x}{2} \\ \text{und } B = x + \frac{x}{2} + x + \frac{x}{2} = 3x \end{array}\right\} \text{vermöge der Aufgabe.}$$

Nun ist aus der Aufgabe bekannt, daß die ganze Holzung vorgedachten drey Dörfern zugetheilet werden soll, also entstehet kraft der eben formirten Analogie, folgende Gleichung:

$$x + x + \frac{x}{2} + 3x = 9427^{qP}$$

das ist:

$$5x + \frac{x}{2} = 9427^{qP}$$

$$\text{mithin } 11x = 18854$$

$$\text{und } x = 1714^{qP} = \text{dem Anth. für C.}$$

$$\text{dahero } x + \frac{x}{2} = 2571 = \text{dem Anth. für A.}$$

$$\text{und } 3x = 5142 = \text{dem Anth. für B.}$$

Nachdem also der Holz-Antheil für jedes Dorf in Quadrat-Maaße bekannt worden, so hat man nur noch die Abtheilung vorzunehmen, welche wir hier aus den Puncten B und C vollziehen wollen (damit die Winkel nicht zu spitzig ausfallen.) So man nun für C das Trapezium ABIK bestimmen wollte, wäre selbiges um $265\frac{1}{2}^{qP}$ zu groß, dahero eine Fläche von so viel

Quadrat-

Quadrat-Inhalte, von erstgemeldetem Trapezio muß abgenommen werden, mithin wird e f für den Antheil von C die wahre Scheide-Linie, und A e f i ist also der Antheil für das Dorf C.

Um den Antheil für das Dorf A zu bekommen, addire man zu dem vorhin erhaltenen Ueberschusse, den △ BKH und BCH, so fehlen noch $544\frac{1}{2}^{qP}$, welcher Defect gar leicht durch einen Triangel von so starken Quadrat-Inhalte ersetzet werden kann, wenn man vermittelst dieses Quadrat-Inhalts und der von 87^{P} bekannten Grundlinie CH den Perpendikel suchet, da alsdenn der Triangel CHr den Mangel ersetzet. Solchemnach ist Cr die wahre Scheide-Linie, und eBCrHf ist also der Holz-Antheil für das Dorf A.

Da nun die beyden Antheile für C und A nach dem gefundenen Quadrat-Inhalte abgetheilet worden, so giebt sich der Antheil für das Dorf B von selbst, und will man über dessen Richtigkeit eine Probe anstellen, so kann diese auf folgende Art kurz und sicher gemacht werden.

Aus der Aufgabe ist bekannt, daß der Quadrat-Inhalt des ganzen Holzes 9427^{qP} beträgt, und die Reduction der formirten Gleichung hat uns gewiesen, daß C für seinen Antheil 1714^{qP} erhalten müsse, A 2571^{qP}, und B 5142^{qP}. Wenn man also die Summe derer beyden ersten Anthei-

Antheile, das ist 4285□P von dem Quadrat-Inhalte des ganzen Holzes abziehet, so bleibet ein Rest von 5142□P, welcher also dem Antheile für B gleich ist. Dieses beweiset also, daß vorige Theilung ihre Richtigkeit hat.

Achte Aufgabe.

§ 44.

Es soll ein Stück Heydland unter 3 Bauern dergestalt vertheilet werden, daß die Antheile sich also gegen einander verhalten, als die Summen der Einsaat sich gegen einander verhalten, und soll ein jeder seinen Antheil so nahe an seinem Felde bekommen als möglich ist.

Tab. IV. Fig. 37.

Auflösung und Erklärung.

A hat 15 Morgen Land à 2 Himten Einsaat, mithin in allen 30 Himten, B hat 24 Morgen à 1 Himten Einsaat, mithin ist dessen gesammte Einsaat 24 Himten; C hat 18 Morgen à $1\frac{1}{2}$ Himten, folglich 27 Himten Einsaat überhaupt, und das Stück Heydland hält vermöge der Berechnung 7550□P. Addire nunmehro diese 3 Sorten der Einsaat, so kommen 81 Himten heraus. Wie nun diese sich zur ganzen Heydfläche verhalten, so verhält sich eine jede Special-Einsaat zu ihrem Heyd-Antheile ins besondere, mithin fällt der Aufsatz und die Berechnung also aus:

1) Für

1) Für A.

81 H. : 7550 qP :: 30 H. : x

$$\frac{7550 \times 30}{81} = 75500 \dagger 2796\tfrac{1}{3}\,\text{qP} = \text{dem Antheile für A.}$$

(gekürzt: 30 mit 3 zu 10, 81 mit 3 zu 27)

27) 54

215
189

260
243

170
162

8

2) Für B.

81 H. : 7550 qP :: 27 H. : x

$$\frac{7550 \times 27}{81} = 2516\tfrac{2}{3}\,\text{qP} = \text{dem Antheile für B.}$$

(gekürzt: 27 mit 27 zu 1, 81 mit 27 zu 3)

3) Für C.

81 H. : 7550 qP :: 24 H. : x

$$\frac{7550 \times 24}{81} = 60400 \dagger 2237\tfrac{1}{27}\,\text{qP} = \text{dem Antheile für C.}$$

(gekürzt: 24 mit 3 zu 8, 81 mit 3 zu 27)

27) 54

64
54

100
81

199
189

1

Um

Um nun die Abtheilung der Antheile so zu bewirken, wie selbige arithmetisch gefunden worden, betrachte man das Stück diho; solches hält 2050qP; weil aber C 2237qP haben soll, so muß man diesen eintretenden Mangel von 187qP durch einen Triangel so großen Inhalts ersetzen. Man addire also nri dazu, so ist ni die Scheide-Linie für den Antheil, so C bekommen muß. Um nun B den gehörigen Antheil, an seinem Lande so nahe wie möglich abzumessen, so betrachte man den Triangel ari, solcher hielte, der vorhin angestellten Berechnung zu folge, 3000qP, jetzt aber nur noch 2813qP, weil das Triangel nri davon genommen worden. Weil nun B $2516\frac{2}{3}$qP bekommen soll (vermöge der vorigen Berechnung) so läßt sich die Abtheilung jetzt gedachten Antheils leicht bewerkstelligen, wenn man mit an, so 75P lang, in gedachten Antheil dividiret, und mittelst des doppelten Quotienten einen so großen Triangel abschneidet, und selbigen alsdenn in ein Oblongum andl verwandelt, so wird alsdenn lbid ex constructione der Antheil für A.

Neunte Aufgabe.

§ 45.

Es ist ein Stück Land und eine Wiese an drey Personen verkauft worden, der erste hat bezahlet 200 Rthlr. für Ackerland und 50 Rthlr. für

für Wiesenland, der andere hat bezahlet 180 Rthl. für Ackerland, und 55 Rthlr. für Wiesenland, und der dritte hat 240 Rthlr. für Ackerland bezahlet und 60 Rthlr. für Wiesenland, also ist für das gesammte Feld eine Summe von 620 Rthlr. bezahlet, und für die ganze Wiese 165 Rthlr. es soll also die Theilung nach eines jeden seinem Gelde geschehen, und zwar so, daß die Fronte AB in drey gleiche Theile getheilet wird, und die Theilungs-Linien fast auf AB perpendicular stehen, das einem jeden zufallende Wiesenland soll gleichfalls jedem Antheile gerade über, nach dem Wasser zu, abgetheilet werden; die Plätze, wohin die Gebäude zu stehen kommen, werden auf AB abgetheilet, und soll der erste dazu 2 Morgen haben, und die andern beyden nach Proportion.

Auflösung.

Berechne das ganze Stück Land ABCDEFGH, desgleichen die Wiese abcdef, und schlüsse sodann nach der Regel detri für den Antheil eines jeden: Tab V. Fig 38.

Wie die Summe des Geldes (620 Rthlr.) zu dem ganzen Inhalte des Feldes sich verhält, so verhalten sich 200 Rthlr. zu dem Antheile des Feldes für den ersten.

Ferner:

620 Rthlr. : ABCDEFG :: 180 Rthlr. zu dem Felde für den zweyten.

620 Rthlr. : ABCDEFG :: 240 Rthlr. zu dem Felde für den dritten.

Hat man sich nun bey der Ausrechnung der Figur, gleich der Theilungspuncte mit bedienet, so wird die Theilung desto leichter, mit welcher man verfähret wie § 21. gezeiget worden. Sind die Theilungs-Linien gezogen, so ist noch der Raum für jeden Hof abzutheilen. Zu dem ersten ist er gegeben, die andern richten sich verhältnißmäßig nach dem ersten. Wenn also ein Hof, der mit Inbegriff der Gebäude 200 Rthlr. am Werthe, einen Hofraum von 2 Morgen empfängt, so wird einem andern dessen Werth 180 Rthlr. ein Hofraum von $1\frac{4}{5}$ Morgen zufallen, und für den dritten, so 240 Rthlr. werth, wird der Hofraum $2\frac{2}{5}$ Morgen groß. Theile also die gefundenen Größen für jeden Hof in seinem Theile besonders ab, so, daß solche meist mit AB parallel laufen, so ist dem ersten Gnüge geschehen. Mit der Wiese verfahre man auf gleiche Art, indem man zu dem ganzen Inhalte, der Geld-Summe und der Anlage eines jeden, die vierte Proportional-Zahl suchet, die sich für den ersten von $2323\frac{6}{33}$ qP für den andern von $2555\frac{1}{2}$ qP und für den dritten von $2787\frac{9}{11}$ qP finden wird.

Diese

Diese Antheile messe man jedem Hofe gegen über nach dem Wasser zu ab, wie die Linien gh und ik zeigen, so ist die Operation verlangter maßen geschehen.

Zehnte Aufgabe.

§ 46.

Eine heydige Gegend, wie auch ein Stück Waldung, sollen dreyen Bauerhöfen A, B und C, also zugetheilet werden, daß ein jeder nach der Größe der Morgenzahl seines Feldes, seinen Antheil von dem Heydlande bekommen soll und das Holz soll nach Quadrat-Ruthen also vertheilet werden, daß die Antheile sich gegen einander verhalten, als wie die Morgenzahlen der Felder sich gegen einander verhalten, wieviel wird demnach jeder Bauer, sowohl an Heydlande als Holzung bekommen?

Erklärung und Auflösung.

Um den Flächen-Inhalt der Felder nicht erst zu berechnen, wollen wir annehmen, daß A 52 Morgen Land hätte, B 65 Morgen, und C 39 Morgen. Nun soll der Aufgabe zufolge, die ganze Heydgegend EhaGFKNMRS unter die drey Höfe, nach vorgemeldeter Bedingung vertheilet werden, oder auf den summarischen Inhalt der dreyerley Flächen, soll der summarische Inhalt der Heyde eingetheilet werden, also Tab. V. Fig. 39.

kann man hier nach den Regeln der Proportion schlüßen:

Wie die ganze Morgenzahl der Felder sich zum Inhalte der ganzen Heyde verhält, so verhält sich auch die Morgenzahl eines jeden zu dem Heyd-Antheile eines jeden.

Nun beträgt der ganze Inhalt der drey Felder = 156 Morgen, und der Inhalt der ganzen Heyde = 15453^{qP}, mithin ist der Aufsatz und die Berechnung also:

1) Für den Hof A.

$$156\,M. : 15453^{qP} :: 52\,M. : x$$

5151 4

$$\frac{15453 \times 52}{13)\ 156} = 5151^{qP}$$ = dem Antheile für A.

4) 12

3) 3

2) Für den Hof B.

$$156\,M. : 15453^{qP} :: 65\,M. : x$$

5151 5

$$\frac{15453 \times 65}{13)\ 156} = \frac{25755}{4} = 6438\tfrac{3}{4}^{qP}$$ = dem Antheile für B.

3 12

4

3) Für den Hof C.

156 M. : 15453 qP :: 39 M. : x

$$13)\ \frac{15453 \times \overset{3}{\cancel{39}}}{\underset{\underset{4}{\cancel{12}}}{\cancel{156}}} = \frac{15453}{4} = 3863\tfrac{1}{4}\,qP$$ = dem Antheile für C.

Nachdem nun bekannt, wieviel ein jeder an Heydlande bekommen muß: so ist noch übrig, die Abtheilung zu machen. Wenn nun C das Stück DSMR auch mit haben soll, so ist das △ IKN um 2119¾ qP zu groß, man nehme also den Ueberschuß vermittelst der Regel detri davon, wenn man setzet:

4606 qP geben 196 P zur Basis 2119¾ qP.
8479

$$7)\ \frac{\overset{\overset{7}{\cancel{49}}}{\cancel{196}} \times 8479}{\underset{\underset{94}{\cancel{658}}}{\cancel{4606}} \times \cancel{4}} = \frac{8479}{94} = 90\tfrac{1}{5}\,P$$ beynahe für die Grundlinie.

Diese setze man aus I nach N in D, und ziehe mit NK die Parallel-Linie DZ, so ist SDZ die Theilungs-Linie für den Theil von C.

Um nun für B den gehörigen Antheil abzumessen, welcher 6438¾ qP halten soll, so addire die beyden Triangel IDE und IEh, diese machen zusammen 4956 qP, mithin fehlen noch 1482¾ qP. Solchen Mangel ersetze nach der bekannten Me-

thode durch einen Triangel von so viel Quadrat-Inhalte, weil aber zu dessen Perpendikel nicht Platz genung vorhanden, so verwandle selbiges in ein Oblongum, so wird solchergestalt lm die Theilungs-Linie für das Stück, so B haben muß, und der Rest GalmZF ist ex constructione der Antheil für A.

Nunmehro ist noch die Holzung übrig, deren summarischer Inhalt = 13068 qP. Weil nun dieses Holz nach eben der Bedingung wie die Heyde, unter die drey Höfe soll vertheilet werden, so ist der Aufsatz und die Berechnung also:

1) Für den Hof A.

156 M. : 13068 qP :: 52 M. : x

$$\frac{\overset{4356}{\cancel{13068}} \times \overset{4}{\cancel{52}}}{13)\ \cancel{156}\ \cancel{12}\ 3} = 4356\ \text{qP für A.}$$

2) Für den Hof B.

156 M. : 13068 qP :: 65 M. : x

$$\frac{\overset{1089}{\overset{\cancel{2178}}{\cancel{13068}}} \times \overset{5}{\cancel{65}}}{13)\ \cancel{156}\ \ 6)\ \cancel{12}\ \ 2)\ \cancel{2}} = 5445\ \text{qP für B.}$$

3) Für den Hof C.

$$156 \text{M.} : 13068^{qP} :: 39 \text{M.} : x$$

$$\frac{13068 \times 39}{156} = 3267^{qP} \text{ für C.}$$

(3267, 3; 13) 156, 12, 4)

Um diese jetzt gefundene Antheile abzutheilen, wollen wir von A anfangen. Betrachte also das △ agh, solches hält der Ausrechnung zufolge, 5920qP, ist also um 1564qP zu groß, wenn also der Ueberschuß in Gestalt eines Triangels davon genommen wird, so ist bh die Theilungs-Linie für das Stück für A. Den Theil für B zu bekommen, addire man zu dem △ gcf, welcher vermöge der Ausrechnung 988qP hält, vorigen Ueberschuß, so kommen 2552qP; es sollen aber 5445qP seyn, also mangeln noch 2893qP, solchen Mangel ersetze durch Zurechnung des △ xfc, so ist xf die Linie, so den Antheil für B abschneidet, und folglich ist fxde ex constructione der Antheil für C.

III. Von Auseinandersetzungen.

§ 47.

Unter diesem Artikel sind folgende Fälle zu verstehen:

1. Wenn verschiedene Personen einen gewissen Theil Land entweder nach gleichen oder pro-

portionirlichen Theilen unter sich vertheilen wollen, bey welchem Vorhaben aber ein oder anderer eintretender Umstand die vorhabende Theilung so wichtig macht, daß zu Vermeidung alles Zweifels oder Argwohns, die sämmtlichen Interessenten sich verabreden, durch einen kunstverständigen Mann, die Vertheilung vollziehen zu lassen.

2. Wenn wegen der zusammen stoßenden Ländereyen verschiedener Gerichtsbarkeiten, ein Streit entstehet, indem etwa die Grenz-Zeichen nicht gehörig beybehalten oder ganz und gar nicht gesetzet worden. Bey solchen Umständen kann die Auseinandersetzung nicht anders geschehen, als daß man einer jeden Partey so viel zutheilet, als der Bericht der Amts- oder Lager-Bücher, oder die Anzeige gewisser Urkunden ausweiset (denn dieses ist die einzige Richtschnur für den Landmesser, wenn jede Partey auf ihrer Meynung beharret) und wenn solche Abtheilung geschehen, werden die Seiten oder Linien mit Grenzhaufen oder Grenzsteinen besetzet, welche von verschiedenen Gerichtsbarkeiten an einander stoßen.

3) Aeußert sich dergleichen Fall, wenn unter gewissen Personen wegen irgend einer Gemeinheit, eine Uneinigkeit entstehet, welcher Fall

sich

sich hier zu Lande leicht herfür geben könnte, denn es haben oftmals etliche Dorfschaften einen gewissen District gemeinschaftlich zu ihrer Weyde, und wegen der Viehzahl, so von einem oder dem andern Theile zuviel dahin getrieben wird, entstehet eine Uneinigkeit, zu deren Tilgung kein anderes Mittel vorzuschlagen ist, als daß man entweder, nach gewissen Gründen, jedem Dorfe eine bestimmte Viehzahl zu weyden, vestsetzet, oder wenn Terrain genung vorhanden und nicht der Lage nach hinderlich ist, jeder Partey ihren besondern Weydeplatz anweiset.

Die Aufgaben, welche dieser kurzen Erläuterung nachfolgen, werden dasjenige ausführlicher zeigen, was von vorgedachten drey Fällen hier nur mit wenigen gesaget worden.

Eilfte Aufgabe.

§ 48.

Vier Dorfschaften haben eine gemeinschaftliche Weyde, die sie also unter sich theilen wollen, daß jedes Dorf nach der gesetzten Anzahl seines Hornviehes, den proportionirlichen Theil erhält. In dem Platze selbst ist eine Viehtränke, daran will jedes Dorf auch Antheil haben, es müssen also die Theilungslinien aus dem Mittelpuncte gedachter Tränke ihren Anfang nehmen.

Auflösung.

Berechne den ganzen Inhalt der Vieh-Weyde, und setze alsdenn nach der Regel detri:

Tab. V. Fig 40. Wie die ganze Anzahl des Hornviehes sich zur gesammten Hut und Weyde verhält, so verhält sich auch die Vieh-Anzahl eines jeden Dorfes zu seinem Antheile insbesondere.

Auf diese Art verfahre man mit allen vier Dörfern, so wird das Quotum für ein jedes gefunden. Man nehme sodann eine Theilungslinie AB an, und theile einem jeden Dorfe den durch vorige Berechnung gefundenen Antheil ab, nach § 23. so ist der Aufgabe eine Gnüge geleistet.

Zwölfte Aufgabe.

§ 49.

Es sind drey Bauern wegen ihrer Feld-Grenzen streitig, und zwar hält die Länderey von allen dreyen nicht so viel als in den Lager-Büchern zu finden ist, es kann dahero keinem sein volles Quantum zugetheilet werden. Es sollen also diese drey Personen also aus einander gesetzet werden, daß der in O befindliche alte Grenzbaum beybehalten wird, wie auch die Richtung der streitigen Grenz-Linie.

Auflösung.

Auflösung.

Nach der Ausmessung ist die ganze Figur ABCDEF, 269 Morgen und 29□R befunden worden, und wie die Lager-Bücher ausweisen, soll FEO haben 150 Morgen, EOCD 100 Morgen, und COAB soll 84 Morgen haben, also setze man: Tab. V, Fig. 42.

Wie der ganze Inhalt, den die Lager-Bücher anzeigen, sich verhält zum ganzen Inhalte des wirklich vorhandenen Landes: so verhält sich auch der Special-Inhalt eines jeden, so die Lager-Bücher zeigen, zu dem Inhalte, welcher einem jeden zugetheilet werden kann.

Das ist:

334 M. : 269 M. 29□R :: 150 M. : x

```
      120
     ────
     5409
      269
     ────
    32309
```

$$\frac{32309 \times \overset{5}{\cancel{150}}}{334 \times \underset{3)\ 4}{\cancel{120}}} = 161545 \dagger 120\tfrac{1225}{1336}\ \text{Morg.}$$

```
1336) 1336
      ────
      2794
      2672
      ────
      1225
```

Setze

Setze nunmehro ferner für den zweyten Antheil:

334 M. : 269 M. 29 qP :: 100 M. : x

```
   120
  ─────
  5409
   269
  ─────
 32309
```

$$\frac{32309 \times \overset{5}{\cancel{100}}}{334 \times \underset{6}{\cancel{120}}} = 161545 \dagger 80\tfrac{1225}{2004} \text{ Morg.}$$

```
2) 6        2004) 16032
                  ─────
                   1225
```

Und endlich für den dritten Antheil:

334 M. : 269 M. 29 qP :: 84 M. : x

```
   120
  ─────
  5409
   269
  ─────
 32309
```

$$\frac{32309 \times \overset{7}{\cancel{84}}}{334 \times \underset{10}{\cancel{120}}} = 226163 \dagger 67\tfrac{2383}{3340} \text{ Morgen.}$$

```
12) 10      3340) 20040
                  ─────
                  25763
                  23380
                  ─────
                   2383
```

Nun hat FEOA in natura 117 Morg. 37 qP.
- - - EDCO in natura 81 Morg. 76
- - - OCBA in natura 70 Morg. 42

machen zusammen 269 Morg. 29 qP.

Also hat der erste zu wenig, der zweyte und dritte aber zu viel, dahero muß FEAO von einem jeden derer beyden andern noch ein Stück erhalten, solchemnach bekommt FEAO von EDCO $75\frac{108}{167}$ qP, und von AOCB empfängt es noch $316\frac{64}{167}$ qP. Dividire also den Inhalt, welchen EDCO abgeben muß, mit der Linie EO=85P, so erhält man den Perpendikel von 178d, dessen Duplum richte auf EO auf, und bestimme dadurch den Punkt a, so wird Oa die Theilungslinie. Desgleichen dividire den Inhalt, so AOCB noch abgeben muß, mit der Linie AO = 119P, so ist der doppelte Quotient der Perpendikel von 53P, welcher auf AO aufgerichtet, den Punkt b bestimmt, da alsdenn Ob die Scheidelinie giebt. Also ist die Figur nach der Verhältniß getheilet, und der alte Grenzbaum ist zur Grenze beybehalten.

Dreyzehende Aufgabe.

§ 50.

Vier Dorfschaften haben vier Stücke zu Hut und Weyde, zwey Dorfschaften von diesen beklagen sich, daß sie nicht so viel gute Hut

und

und Weyde hätten als die andern beyden, ob sie gleich mit selbigen einerley Abgaben trügen. Es wird also der Schluß folgendergestalt gefasset, daß jedem Dorfe sein Antheil nach der Anzahl des Viehes und nach der Güte der Hut und Weyde ausgetheilet werden soll.

B hat 100 Stücke Vieh, die Hut und Weyde ist nach öconomischen Untersuchungen also befunden worden, daß auf ein Stück 60 qP gerechnet werden, und der Inhalt von B ist 116 Morgen $76\frac{1}{2}$ qP.

C hat 160 Stücke Vieh, nach öconomischer Untersuchung werden von dieser Hut und Weyde 50 qP auf ein Stück gerechnet und der Inhalt von C ist 111 M. 107 qP.

D hat 110 Stücke Vieh; von dieser Hut und Weyde rechnet man $\frac{3}{4}$ Morgen auf ein Stück, der Inhalt von D ist 69 M. 78 qP.

A hat 70 Stücke Vieh, auf jedes 1 Morgen gerechnet, und dessen Inhalt beträgt 62 Morgen 32 qP.

Auflösung.

Tab. V. Fig. 41. Die Hut und Weyde von B ist gut, und wird auf $\frac{1}{2}$ Morgen 1 Stück Vieh gerechnet. C ist noch besser, und rechnet man nur 50 qP auf 1 Stück

1 Stück Vieh. D ist schlecht, indem man $\frac{3}{4}$ Morgen auf ein Stück Vieh rechnet, und A ist noch schlechter, denn man rechnet auf 1 Morgen 1 Stück Vieh.

Nun gehen auf B (wie die Aufgabe zeiget) 100 Stücke Vieh, dazu würden, wenn man nach öconomischen Gutachten, auf jedes Stück $\frac{1}{2}$ Morgen rechnet, 50 Morgen erfordert. C hat 160 Stücke Vieh, dazu werden, wenn man auf jedes Stück 50 qP rechnet, 66$\frac{2}{3}$ Morgen erfordert. D hat 110 Stücke Vieh, nach öconomischen Gutachten auf jedes Stück $\frac{3}{4}$ Morgen gerechnet, erfordern also 82$\frac{1}{2}$ Morgen, und A hat 70 Stücke, auf jedes 1 Morgen gerechnet, werden also 70 Morgen erfordert.

Solchemnach ist B um 66 Morgen 76$\frac{1}{2}$ qP größer als es nöthig, und C ist gleichfalls um 45 Morgen 27 qP größer als erfordert wird; D hat dagegen 12 Morgen 102 qP weniger, und A hat 7 Morgen 88 qP weniger als ihm nach der Vieh-Anzahl gebühret. Man theile also D so viel von C zu, als der Ueberrest des Viehes erfordert, welcher auf D nicht weyden kann, aber nicht nach der Morgen-Zahl, sondern nach der Stück-Zahl, weil die Hut und Weyde nach der Verhältniß der öconomischen Untersuchung nicht von gleicher Güte ist, so bekömmt D so viel, daß es sein Vieh wie C weyden kann. D fehlen also

also $12\frac{51}{60}$ Morgen; da nun auf $\frac{3}{4}$ Morgen 1 Stück Vieh gerechnet wird, so muß D nach der Regel detri, für $17\frac{2}{15}$ Stücke Vieh, Hut und Weyde von C haben, derowegen sage man: 1 Stück Vieh auf C erfordert 50qP, wieviel werden also $17\frac{2}{15}$ Stücke Vieh nöthig haben, so kommen $856\frac{2}{3}$qP. Verrichte sodann die Abtheilung wie schon mehrmalen gezeiget worden, der Perpendikel ist 1557^{d}, setze selbigen auf die Linie ab, so ist ac die Scheide-Linie. Auf solche Art theile man auch A ein Stück von B zu, als: A fehlen $7\frac{2}{3}$ Morgen, da nun auf A ein jedes Stück 1 Morgen erfordert, so sind $7\frac{2}{3}$ Stücke, so noch Hut und Weyde von B haben müssen.

Da nun B besser ist als A, und auf 1 Stück Vieh nur $\frac{1}{2}$ Morgen gerechnet, suche man, wieviel B für $7\frac{2}{3}$ Stücke Vieh abgeben muß, als: 1 Stück Vieh von B erfordert $\frac{1}{2}$ Morgen, wieviel erfordern $7\frac{2}{3}$ Stücke Vieh, welches also $3\frac{5}{6}$ Morgen sind. Diese nehme man gleichfalls von B weg, die Linie de ist 98P, mithin der Perpendikel 906^{d}, so wäre df die Theilungs-Linie.

Da nun noch ein Stück von B und C übrig bleibet, so theile man selbiges unter alle vier Dorfschaften nach der Anzahl ihres Viehes und der Güte, als: B sein Rest ist noch um 7536qP zu groß, nach dem ersten Abzuge. Das Stück C ist noch um $4570\frac{1}{2}$qP zu groß. Reducire

diese

diese beyde Theile wieder zu Vieh, damit die Theilung gleichfalls darnach geschehen kann, so kommen für B seinen Rest, welcher 7536 qP beträgt, in allen $125\frac{7}{8}$ Stücke Vieh, für C seinen Rest, der $4570\frac{1}{2}$ qP ausmachet, kommen $91\frac{41}{100}$ Stücke Vieh, und diese beyde Theile machen zusammen $217\frac{57}{200}$ St. Vieh.

Die Summe des ganzen Viehes ist 440 Stücke, um nun jedem Dorfe seinen Antheil von der überbliebenen Vieh-Summe besonders zu bestimmen, setze man:

$$440 \text{ St.} : 217\tfrac{57}{200} \text{ St.} :: 70 \text{ St.} : x$$

$$\frac{43457 \times 7\not{0}}{44\not{0} \times 200} = \frac{304199}{8800} = 34\tfrac{4999}{8800} \text{ Stück für A.}$$

$$440 \text{ St.} : 217\tfrac{57}{200} \text{ St.} :: 100 \text{ St.} : x$$

$$\frac{43457 \times 1\not{0}\not{0}}{440 \times 2\not{0}\not{0}} = \frac{43457}{880} = 49\tfrac{337}{880} \text{ St. für B.}$$

$$440 \text{ St.} : 217\tfrac{57}{200} \text{ St.} :: 160 \text{ St.} : x$$

$$\frac{43457 \times \overset{4}{\not{1}\not{6}\not{0}}}{\underset{110}{\not{4}\not{4}\not{0}} \times \underset{5}{\not{2}\not{0}\not{0}}} = \frac{43457}{550} = 79\tfrac{7}{550} \text{ St. für C.}$$

440 St. : $217\frac{57}{200}$ St. :: 110 St. : x

$$\frac{43457 \times 110}{440 \times 200} = \frac{43457}{800} = 54\tfrac{257}{800}\text{ St. für D.}$$

40

Wenn nun also A seinen Antheil von $34\frac{4999}{8800}$ Stücken Vieh von B nimmt, welches überhaupt für $125\frac{7}{8}$ Stücke zu viel hat, so bleibet auch noch ein Theil übrig, welchen D bekommen muß, nämlich für $41\frac{8131}{8800}$ Stücke Vieh. Nun muß D haben für $54\frac{257}{800}$ Stücke Vieh, also muß von C, welches für $91\frac{41}{100}$ Stücke Vieh noch hat, und also mehr als es haben soll, noch für $12\frac{437}{1100}$ Stücke Vieh zu D gegeben werden, damit dieses seinen ganzen Theil bekommt, und solchergestalt bleibet für C die bestimmte Summe von $79\frac{7}{550}$ Stücken übrig. Reducire nunmehro A seinen Antheil von Viehe in Quadrat-Ruthen, welche von B genommen werden, und setze: 1 Stück Vieh auf B erfordert $\frac{1}{2}$ Morgen, wieviel haben $34\frac{4999}{8800}$ Stücke Vieh nöthig, so bekömmt man $17\frac{4999}{17600}$ Morgen, oder $2074\frac{37}{440}$ q P. Dividire mit $df = 105^P$ vorgedachten Quadrat-Inhalt, wovon der doppelte Quotient, den Perpendikel von 39^P giebt, setze selbigen auf df, und ziehe die Abtheilungs-Linie fg, so ist A abgefunden. Nun muß D noch ein Stück von B erhalten, welches, wie schon gemeldet, für

für $41\frac{8131}{8800}$ Stücke Vieh, verwandle selbige in Quadrat-Ruthen, und da die Proportion auf B, $\frac{1}{2}$ Morgen auf ein Stück Vieh ist, so setze man:

$$1\,St. : 60^{qP} :: 41\tfrac{8131}{8800}\,St. : x$$

$$\frac{368931 \times \overset{3}{60}}{2)\ \underset{440}{8800}} = \frac{1106793}{440} = 2515\tfrac{193}{440}{}^{qP.}$$

Dividire diesen jetzt gefundenen Inhalt mit der Linie hi = 48^{P}, so kommen für den Perpendikel 524^{P}, welches nicht nöthig ist doppelt zu nehmen, weil solches als ein Quadrat auf hi getragen wird, und also himo ist. Nun gehet die Scheide-Linie von B und C als ip nicht weit von der Theilungs-Linie, also nehme man den △ hok, welcher dem Triangel iml gleich ist, und schneide ihn bey K weg, so ist die vorige Theilungs-Linie pi nunmehr die neue Scheide-Linie für den Antheil von D, denn der Triangel iml ist = hok, weil beyde einerley Höhen haben und die Grundlinien einander gleich sind, also sind sie auch gleich groß, und folglich ist der abgenommene Triangel dem angesetzten und also auch homi dem neuen Parallelogramm hkli gleich. Nun hat D noch ein Stück von C zu erhalten; D hat schon empfangen für $41\frac{8131}{8800}$ Stücke Vieh, und bekommt in

allen für $54\frac{257}{800}$ Stück Vieh, wenn also erstere Summe davon abgezogen wird, bleiben noch $12\frac{437}{1100}$ Stücke Vieh übrig, und da die Proportion bey C 50^{qP} auf 1 Stück Vieh, so setze:

$$1 \text{ Stück} : 50^{qP} :: 12\tfrac{437}{1100} \text{ St.} : x$$

$$\frac{13627 \times 8\not{0}}{\underset{22}{\not{1}\not{1}\not{0}\not{0}}} = \frac{13627}{22} = 619\tfrac{19}{22}{}^{qP}.$$

Dividire diesen Quadrat-Inhalt mit der Linie ac = 110^P, so ist der doppelte Quotient der Perpendikel von 1126^d, diesen setze man auf ac, so ist cq die Theilungs-Linie, und also die Theilung richtig und nach Proportion geschehen, auch sind alle vorgegebene Bedingungen der Aufgabe erfüllet. Also ist A seine neue Grenz-Linie gfhn und die für B ist gfhklp, die neue Grenz-Linie für C ist piqc, und für D ist die neue Grenz-Linie cqilkhn.

Vierzehende Aufgabe.

§ 51.

Es ist ein großes Weyde-Revier, welches dreyen Aemtern zugehöret; aus diesen drey Aemtern sind nur einige Dorfschaften, so die Hut und Weyde mit einander gemeinschaftlich

haben; die Aemter sind zwar durch Grenzen von einander abgesondert, aber zu diesem Behuf nicht; dieses Revier will der Landesherr folgendergestalt auseinander gesetzet und getheilet wissen:

1) Daß die Aemter ihre Grenzen nach der Größe ihrer benöthigten Hut und Weyde haben, und also kein Amt zu dem andern einhüten soll.

2) Da der Landesherr den zehenden Theil an allen diesen hat, und nur die Forste ganz eigen bis auf die Hut und Weyde besitzet, so wird hier noch vest gesetzet, daß, wenn der Landmann 10 Stücke Vieh eintreibet, so treibet der Landesherr eins.

3) Ist vest gesetzet, daß auf 1 Stück Vieh 1 Morgen gute Weyde gerechnet wird, von der Mittelart $1\frac{1}{2}$ Morgen, und von schlechter Hut und Weyde $2\frac{1}{2}$ Morgen.

4) Weil daraus die Größe eines jeden Amts bestimmet werden kann, so will der Landesherr den Ueberrest an sich nehmen und noch den zehenden Theil.

5) Diesen abzusondernden Theil will der Landesherr bey A haben und auch zu seinem

Theile etwas von der Fuhren- und Eichen-Holzung zu Hut und Weyde.

6) Wenn bey A alles in Grenzen gezogen, so soll hernach jedem Amte sein zu erhaltender Theil nach Proportion des Viehes zugetheilet und die Grenzen gezogen werden.

7) Soll der Landesherr seinen Antheil nach Proportion bekommen, nämlich so viel gute Hut und Weyde als alle drey Aemter, so auch mittlere und schlechte, wie auch Hut und Weyde in der Holzung.

NB. In Eichen-Holzungen werden 2 Morgen auf 1 Stück Vieh gerechnet, und in Fuhren- oder Tannen-Holzungen 3 Morgen. Für 1 Stück Rindvieh rechnet man 6 Stück Schaafvieh.

Aus dem Amte Nirgend sind zwey Dörfer, so zu diesem Platze mit Hut und Weyde berechtiget sind, selbige haben nach ihren Abgaben 200 Stücke Hornvieh und 336 Schaafe. Aus dem Amte Unbekannt sind drey Dörfer, und haben selbige 230 Stücke Hornvieh und 420 Schaafe. Aus dem Amte Weisnicht sind zwey Dörfer und der Amthof, diese bringen dahin an Hornvieh, 210 Stücke und 204 Stücke Schaafvieh.

Tab. VI. Fig. 43.

Auflösung.

Auflösung.

Man bringe zuförderst alles Vieh unter einen Namen, so wird, wenn die Schaafe auch zu Hornvieh gerechnet werden, (nach der vorigen Anzeige) die ganze Summe 800 Stücke ausmachen. Weil nun der Landesherr berechtiget, bey zehen Stücken Vieh eins zu treiben, so suche man seine Anzahl gegen vorige 800 Stücke, nach der Regel detri also:

10 St. : 1 St. :: 800 St. : x

$$\frac{80\not{0}}{1\not{0}} = 80 \text{ Stücke Hornvieh.}$$

Also beträgt das gesammte Hornvieh, für welches auf diesem Terrain Hut und Weyde seyn muß, 880 Stücke. Nach richtig aufgenommenem Risse berechne man eine jede Art der Hut und Weyde besonders, desgleichen auch die Holzung, und verfertige daraus eine Art von Tabelle, damit es leicht gefunden und überschlagen werden kann, als:

(Hier wird alles nur nach Quadrat-Ruthen gesetzet, bis auf die letzt, um im Rechnen keine doppelte Arbeit zu haben.)

Verzeichniß
der Hut und Weyde von den drey Aemtern.

I. Im Amte Nirgend.

a) Eichene Holzung, 2 Morg. auf 1 St. Vieh
$= 7519^{qP} = 62$ M. $29^{qP} = 31\frac{79}{240}$ St.

b) gute Hut und Weyde, 1 Morg. auf 1 St. V.
$= 9479$ - $= 78$ M. 119 - $= 78\frac{119}{120}$ St.

c) gute Hut und Weyde, 1 Morg. auf 1 St. V.
$= 10460$ - $= 87$ M. 20 - $= 87\frac{1}{6}$ St.

d) mittlere Hut und Weyde, $1\frac{1}{2}$ M. auf 1 St. V.
$= 4845$ - 40 Morg. 45 - $= 26\frac{11}{12}$ St.

e) mittlere Hut und Weyde, $1\frac{1}{2}$ M. auf 1 St. V.
$= 8618$ - $= 71$ M. 98 - $= 47\frac{79}{90}$ St.

f) schlechte Hut und Weyde, $2\frac{1}{2}$ M. auf 1 St. V.
$= 25179$ - $= 209$ M. 99 - $= 83\frac{93}{100}$ St.

g) Fuhren-Holzung, 3 Morgen auf 1 Stück V.
$= 5063$ - $= 42$ M. 23 - $= 14\frac{23}{360}$ St.

Also hat das Amt Nirgend
$= 71163^{qP} = 593$ M. $39^{qP} = 380\frac{331}{1200}$ St.

II. Im Amte Weisnicht.

h) Eichen Holz, 2 Morgen auf 1 Stück Vieh
$= 7725^{qP} = 64$ M. $45^{qP} = 32\frac{3}{16}$ St.

i) Eichen Holz, 2 Morgen auf 1 Stück Vieh
$= 8635$ - $= 71$ M. 115 - $= 35\frac{47}{48}$ St.

k) gute Weyde, 1 Morgen auf 1 Stück Vieh
$= 19864$ - $= 165$ M. 64 - $= 165\frac{8}{15}$ St.

l) mittlere Weyde, $1\frac{1}{2}$ Morgen auf 1 Stück Vieh
$= 18108$ - $= 150$ M. 108 - $= 100\frac{27}{45}$ St.

m) schlechte Weyde, $2\frac{1}{2}$ Morgen auf 1 St. Vieh
$= 25828$ - $= 215$ M. 28 - $= 86\frac{7}{75}$ St.

n) Fuhren-Holz, 3 Morgen auf 1 Stück Vieh
$= 9679$ - $= 80$ M. 79 - $= 26\frac{319}{360}$ St.

Also hat das Amt Weisnicht
$= 89839^{qP} = 748$ M. $79^{qP} = 447\frac{503}{1800}$ St.

III. Im Amte Unbekannt.

o) Eichene Holzung, 2 Morgen auf 1 St. Vieh
= 10716 qP = 89 M. 36 qP = 44$\frac{13}{20}$ St.

p) gute Weyde, 1 Morgen auf 1 Stück Vieh
= 17823 - = 148 M. 63 - = 148$\frac{63}{120}$ St.

q) gute Weyde, 1 Morgen auf 1 Stück Vieh
= 13683 - = 114 M. 3 - = 114$\frac{1}{40}$ St.

r) mittlere Weyde, 1$\frac{1}{2}$ Morgen auf 1 St. Vieh
= 12532 - = 104 M. 52 - = 69$\frac{28}{45}$ St.

s) schlechte Weyde, 2$\frac{1}{2}$ Morgen auf 1 St. Vieh
= 15983 - = 133 M. 23 - = 53$\frac{83}{100}$ St.

t) Fuhren-Holzung, 3 Morgen auf 1 St. V.
= 5812 - = 48 M. 52 - = 16$\frac{13}{90}$ St.

Also hält das Amt Unbekannt
= 76549 qP = 637 M. 109 qP = 446$\frac{73}{300}$ St.

das Amt Nirgend
= 71163 qP = 593 M. 39 qP = 380$\frac{331}{1200}$ St.

und das Amt Weisnicht
= 89839 qP = 748 M. 79 qP = 447$\frac{503}{1800}$ St.

Also halten alle drey Aemter
in S. 237551 qP = 1979 M. 71 qP = 1273$\frac{331}{400}$ St.

Eine

Eine jede Art Hut und Weyde ins besondere von allen drey Aemtern.

a) Nirgend Hut und Weyde im Eichen=Holze $= 7519^{qP} = 62$ M. $79^{qP} = 31\frac{70}{245}$ St.

h) u. i) Weisnicht Hut u. Weyde im Eichen=Holze $= 16360$ - $= 136$ M. 40 - $= 66\frac{1}{8}$ St.

o) Unbekannt Hut und Weyde im Eichen=Holze $= 10716$ - $= 89$ M. 36 - $= 44\frac{13}{20}$ St.

Summa der Weyde im Eichen=Holze $= 34595^{qP} = 288$ M. $25^{qP} = 142\frac{7}{48}$ St.

Gute Hut und Weyde:

b) Nirgend hat von solcher Weyde $= 19939^{qP} = 166$ M. $19^{qP} = 166\frac{19}{120}$ St.

k) Weisnicht hat von solcher Weyde $= 19864$ - $= 165$ M. 64 - $= 165\frac{8}{15}$ St.

p) und q) Unbekannt hat von solcher Weyde $= 31506$ - $= 262$ M. 66 - $= 262\frac{11}{20}$ St.

Summa der guten Weyde $= 71309^{qP} = 594$ M. $29^{qP} = 594\frac{29}{120}$ St.

Mittlere

Mittlere Hut und Weyde:

c) und d) Nirgend hat von solcher Weyde
$= 13463^{qP} = 112$ M. $23^{qP} = 74\frac{429}{540}$ St.

l) Weisnicht hat von solcher Weyde
$= 18108$ - $= 150$ M. 108 - $= 100\frac{27}{45}$ St.

r) Unbekannt hat von solcher Weyde
$= 12532$ - $= 104$ M. 52 - $= 69\frac{28}{45}$ St.

Summa der mittlern Weyde
$= 44103^{qP} = 367$ M. $63^{qP} = 245\frac{1}{60}$ St.

Schlechte Hut und Weyde:

f) Nirgend hat von solcher Weyde
$= 25179^{qP} = 209$ M. $99^{qP} = 83\frac{93}{100}$ St.

m) Weisnicht hat von solcher Weyde
$= 25828$ - $= 215$ M. 28 - $= 86\frac{7}{75}$ St.

s) Unbekannt hat von solcher Weyde
$= 15983$ - $= 133$ M. 23 - $= 53\frac{83}{300}$ St.

Summa der schlechten Weyde
$= 66990^{qP} = 558$ M. $30^{qP} = 223\frac{3}{10}$ St.

Weyde

Weyde in der Fuhren-Holzung.

g) Nirgend hat von solcher Weyde
$= 5063^{qP} = 42$ M. $23^{qP} = 14\frac{23}{360}$ St.

h) Weisnicht hat von solcher Weyde
$= 9679$ - $= 80$ M. 79 - $= 26\frac{310}{360}$ St.

i) Unbekannt hat von solcher Weyde
$= 5812$ - $= 48$ M. 52 - $= 16\frac{13}{90}$ St.

Summe der Weyde im Fuhren-Holze
$= 20554^{qP} = 171$ M. $34^{qP} = 57\frac{17}{180}$ St.

Nun betrachte man erstlich, wieviel das angegebene Vieh Hut und Weyde nöthig hat, oder kürzer: man subtrahire das angegebene Vieh von dem jetzo gefundenen, als:

Es sind gefunden $1273\frac{331}{400}$ Stücke Vieh, so auf diesem ganzen Terrain weyden können und gehen nur auf selbigem 880 Stücke, also können noch $393\frac{331}{400}$ Stücke Vieh darauf gebracht werden. Nach der Aufgabe würde also dieses für das Vieh überflüßige Terrain, dem Landesherrn zufallen, dazu käme noch der Zehnte, welcher unter den 880 Stücken schon begriffen ist, und also wieder davon genommen und zu dem Reste addiret wird, so kommen $473\frac{331}{400}$ Stücke Vieh, so der Landesherr zu seinem Eigenthum machen kann. Man nehme also erstlich den Theil

heraus

heraus für $473\frac{331}{400}$ Stücke Vieh, so der Landesherr bey A haben muß, und theile selbige nach jeder Art ein.

Nun soll der Landesherr seinen Theil nach der Proportion der verschiedenen Hut und Weyde erhalten, damit er sowohl von der schlechten als guten Sorte seinen gehörigen Antheil empfängt. Man mache also so viele Sätze als Gattungen der Hut und Weyde sind, nach der Regel der Verhältniß:

Wie die ganze Anzahl des Viehes ($1273\frac{331}{400}$ Stücke sich verhält zur Summe der Weyde im Eichen-Holze (288 M. 35 □P) so verhält sich die Summe des Viehes für den Landesherrn ($473\frac{331}{400}$ St.) zur Summe der Weyde für den Landesherrn im Eichen-Holze.

Das ist:

$$\frac{1273\frac{331}{400}}{509531} : 34595\,\square P :: \frac{473\frac{331}{400}}{189531} : x$$

$$\frac{34595 \times 189531}{509531} = 12868\frac{2}{5}\,\square P.$$

Für die gute Hut und Weyde:

$$\frac{1273\frac{331}{400}}{509531} : 71309\,\square P :: \frac{473\frac{331}{400}}{189531} : x$$

$$\frac{71309 \times 189531}{509531} = 26524\,\square P.$$

Für

Für die mittlere Hut und Weyde:

$$\frac{1273\frac{331}{400}}{509531} : 44103^{qP} :: \frac{473\frac{331}{400}}{189531} : x$$

$$\frac{44103 \times 189531}{509531} = 16405^{qP}$$

Für die schlechte Hut und Weyde:

$$\frac{1273\frac{331}{400}}{509531} : 66990^{qP} :: \frac{473\frac{331}{400}}{189531} : x$$

$$\frac{66990 \times 189531}{509531} = 24918^{qP}$$

Für die Weyde im Fuhren-Holze:

$$\frac{1273\frac{331}{400}}{509531} : 20554^{qP} :: \frac{473\frac{331}{400}}{189531} : x$$

$$\frac{20554 \times 189531}{509531} = 7645\tfrac{1}{2}^{qP}$$

NB. Die kleinen Brüche sind hier weggelassen, um die Berechnung nicht beschwerlich zu machen.

Es ist also alles dasjenige bestimmet, so der Landesherr von jeder Art zu seinem Antheile bekommt. Der Landesherr empfängt also an Hut und Weyde in der Eichen-Holzung $12868\frac{2}{5}$qP. Nun untersuche man, wie groß o, solches

solches sind 10716^{qP}, man muß also noch ein Stück von 2152$\frac{2}{5}$^{qP} von h weg nehmen, welches nach der ordinären Abtheilung bey B und C wäre, also wäre der erste Theil abgesondert.

An guter Hut und Weyde sollen heraus genommen werden 26524^{qP}, man nehme also das Stück p ganz, welches 17823^{qP} beträgt; es fehlet also noch ein Stück von 8701^{qP}, welches von k genommen wird, so ist DE die Scheidungs-Linie.

Für mittlere Hut und Weyde werden abgetheilet 16405^{qP}, und kann das Stück r, welches 12532^{qP} beträgt, genommen werden, so bleiben noch 3873^{qP}, welche durch eine Verwechselung von q sollen genommen werden, und zwar nach Proportion

$$\frac{1\frac{1}{2}\,M.}{3} : 1\,M. :: 3873^{qP} : x$$

$$\frac{2 \times \overset{1291}{\cancel{3873}}}{\cancel{3}} = 2582^{qP}.$$

so von q ganz weggenommen werden, welches die Scheidelinie bestimmet.

An schlechter Hut und Weyde werden heraus genommen 24918^{qP}. Nun ist s 15983^{qP}, mithin muß noch ein Theil von 8935^{qP}

von

von m genommen werden, wie die Linie HI ausweiset.

Nun wäre endlich noch die Hut und Weyde aus dem Fuhren-Holze zu nehmen, welche 7645 qP beträgt, t ist 5812 qP, mithin muß noch von n ein Stück von 1833 qP weggenommen werden, welches die Scheidelinie KL zeiget; Nachdem also BCDEMHIKLNOGFPQRST, der heraus genommene herrschaftliche Theil bestimmt ist, so ist noch übrig, die Antheile der drey Aemter, nach der Anzahl ihres Viehes zu bestimmen, da nach den vorhergehenden Bestimmungen, das Terrain für dieses Vieh übrig ist. (Es ist hier nicht vestgesetzet, daß ein jedes Amt nach Proportion der verschiedenen Weyde-Reviere, gleich haben soll, sondern wenn nur die Proportion von der Güte der Hut und Weyde, nach öconomischen Betrachtungen, in Acht genommen wird, so ist dieses schon hinlänglich.) Man fange also bey dem Amte Unbekannt an, welches zwar fast gänzlich in den abgesonderten Theil gefallen und nur ein Stück gute Weyde behalten, dahero die andern beyden Aemter diesem wieder Ersatz thun müssen, so viel als der weggenommene Theil beträgt, oder vielmehr noch so viel, daß 300 Stücke Hornvieh ihre Hut und Weyde haben.

Nun sind von q 2582^{qP} weg genommen, mithin sind noch 1101^{qP} übrig, darzu b, 9479^{qP} beträgt qb = 20580^{qP}, welche $171\frac{1}{2}$ Stücke Vieh ernähren; nun ist dieses noch nicht hinreichend, man nehme also das ganze f, welches 25179^{qP} und $83\frac{93}{100}$ Stücke Vieh, desgleichen das ganze Stück Fuhren-Holzung g von 5063^{qP} und $14\frac{23}{360}$ Stücken Vieh. Nun ist noch ein Stück von a, welches 3610^{qP} und $15\frac{1}{24}$ Stücke Vieh trägt, und noch ein Stück von e, welches 3091^{qP} und $17\frac{31}{180}$ Stücke Vieh beträgt; addire diese Theile zusammen, welche $301\frac{5}{18}$ Stücke Vieh betragen, ist also um $1\frac{5}{18}$ Stück Vieh zu groß, man schneide solches von f wieder ab, indem man es nach dieser Proportion in Quadrat-Ruthen verwandelt, als:

$$1\ \text{St. V.} : 300^{qP} :: \underset{23}{\underline{1\tfrac{5}{18}\ \text{St.}}} : x$$

$$\frac{\overset{50}{\cancel{300}} \times 23}{6)\ \underset{3}{\cancel{18}}} = 383\tfrac{1}{3}^{qP}.$$

Also ist solches abgetheilet, wie die Linie V W zeiget, und wäre also das Amt Unbekannt abgetheilet, wie QPFGONUVWXYZ 1.2.3.4 solches anzeigen.

Nun

Nun ist des Amts Nirgend Antheil an Hornviehe 256 Stücke.

das Stück von a)	ist noch	3909 qP	= $16\frac{23}{88}$ St. V.
das Stück von e)	ist noch	5527 -	= $30\frac{127}{180}$ St. V.
der Theil c)	ist noch	10460 -	= $87\frac{1}{6}$ St. V.
der Theil d)	ist noch	4845 -	= $26\frac{11}{12}$ St. V.
und ein St. von f)	ist noch	$383\frac{1}{3}$ -	= $1\frac{5}{18}$ St. V.
und ein St. von l)	ist noch	5836 -	= $32\frac{19}{45}$ St. V.
der Theil n)	ist noch	7846 -	= $21\frac{143}{180}$ St. V.
		Summa	$216\frac{1553}{1744}$ St. V.

Also fehlen noch zu $39\frac{191}{1744}$ Stücke Vieh, welches von dem Reste in genommen wird, wie die Linie IH 5. zeiget, und also ist das Amt Nirgend auch abgetheilet, wie 3. 2. 1. ZYXWVUNLKIH 5. 6. 7. 8. 9. 10. zeiget. Nach der richtigen Berechnung und Eintheilung, muß also das Amt Weisnicht übrig bleiben, und für die Anzahl von 244 Stücken Hornvieh Hut und Weyde haben; und dies ist das übrige Stück BCDEMH 5. 6. 7. 8. 11. 12. 13.

Anmerkung.

Man würde von dergleichen öconomischen Eintheilungen noch mehrere und mit unterschiedenen Zusätzen und Exceptionen versehene Aufgaben anführen können, weil aber die Art und Weise hier angegeben, wie man sich in ähnlichen

Fällen zu verhalten hat, so wird dasjenige hinreichend seyn, was hier von dieser Materie im kurzen mitgetheilet worden.

IV. Von Land-Repartirungen.

§ 52.

Unter diesem Artikel wird hier nichts anders verstanden, als eine Verwandlung, welche sich mit den Flächen ihrer Gestalt nach, zuträgt, indem man auf diese oder jene Art einem Stücke Land eine andere Gestalt giebt, ohne dem Eigenthümer dadurch etwas zu entziehen, und dieses geschicht entweder aus der Absicht, um die erforderliche Bequemlichkeit herzustellen, so etwa noch mangelt, oder es sind andere Ursachen vorhanden, welche dieses veranlassen. Man könnte von dergleichen Operationen, welche ich hier Repartirungen nenne, viele Beyspiele anführen, allein, da ich hier nur zeigen will, daß man die Verwandlung der geometrischen Figuren auch bey practischen Vorfällen zur Anwendung bringen kann, so wird es zu dieser Absicht genung seyn, wenn ich eine leichte Aufgabe formire, von welcher man leicht auf andere ähnliche Vorkommenheiten den Schluß machen kann.

Funfzehende Aufgabe.

§ 53.

Ein abgebranntes Stück Dorf soll also wieder aufgebauet werden, daß die Häuser mit der Straße eine gerade Linie formiren, und soll ein jeder Eigenthümer so viel Terrain wieder bekommen als er vorhin gehabt, wie auch eben so viel Fronte, dagegen aber soll ein jeder rechtwinklich zu bauen verbunden seyn.

Erklärung und Auflösung.

Die Eigenthümer sind A, B, C, D, E, es wird also erfordert, eines jeden Eigenthümers Fronte sowohl, als den Flächen-Inhalt seiner Brandstelle zu wissen.

Vermöge der Ausmessung findet sich, daß die Fronte von A = 42P, die Fronte von B = 78P, die von C = 70P, die Fronte von D = 62P, und die Fronte von E = 52P. Tab. VI. Fig. 44.

Zufolge der geschehenen Ausmessung und Berechnung eines jeden Grundstücks, beträgt der Flächen-Inhalt von A = $4463\frac{1}{2}$qP, von B beträgt derselbe 9366qP, der Flächen-Inhalt von C ist 6798qP, von D beträgt der Flächen-Inhalt 5128qP, und von E ist der Flächen-Inhalt 5481qP.

Um nun der hier vorhandenen Aufgabe eine Gnüge zu leisten, stelle man die zweyte Berechnung an, um die neue Tiefe für jedes Eigenthümers Grundstück zu erhalten, und diese findet sich, wenn man jeden Flächen-Inhalt durch seine Fronte dividiret, worauf alsdenn der entstandene Quotient die gehörige Tiefe ist, so mit der Fronte multipliciret wird. Auf solche Art bekommt man lauter Rectangula, anstatt der vorher gewesenen Figuren, und diese lassen sich leicht abtheilen, wenn man die beyden parallelen Strassen-Linien vp und uh bis 4 und 6 verlängert, sodann jede Fronte nach ihrem Maaße abtheilet, und die dazu gehörige Tiefe, wie solche durch die letztere Berechnung gefunden worden, vermittelst rechter Winkel, abstecket.

E N D E.

TAB. I.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11
Fig. 12.
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 R.

TAB. II.

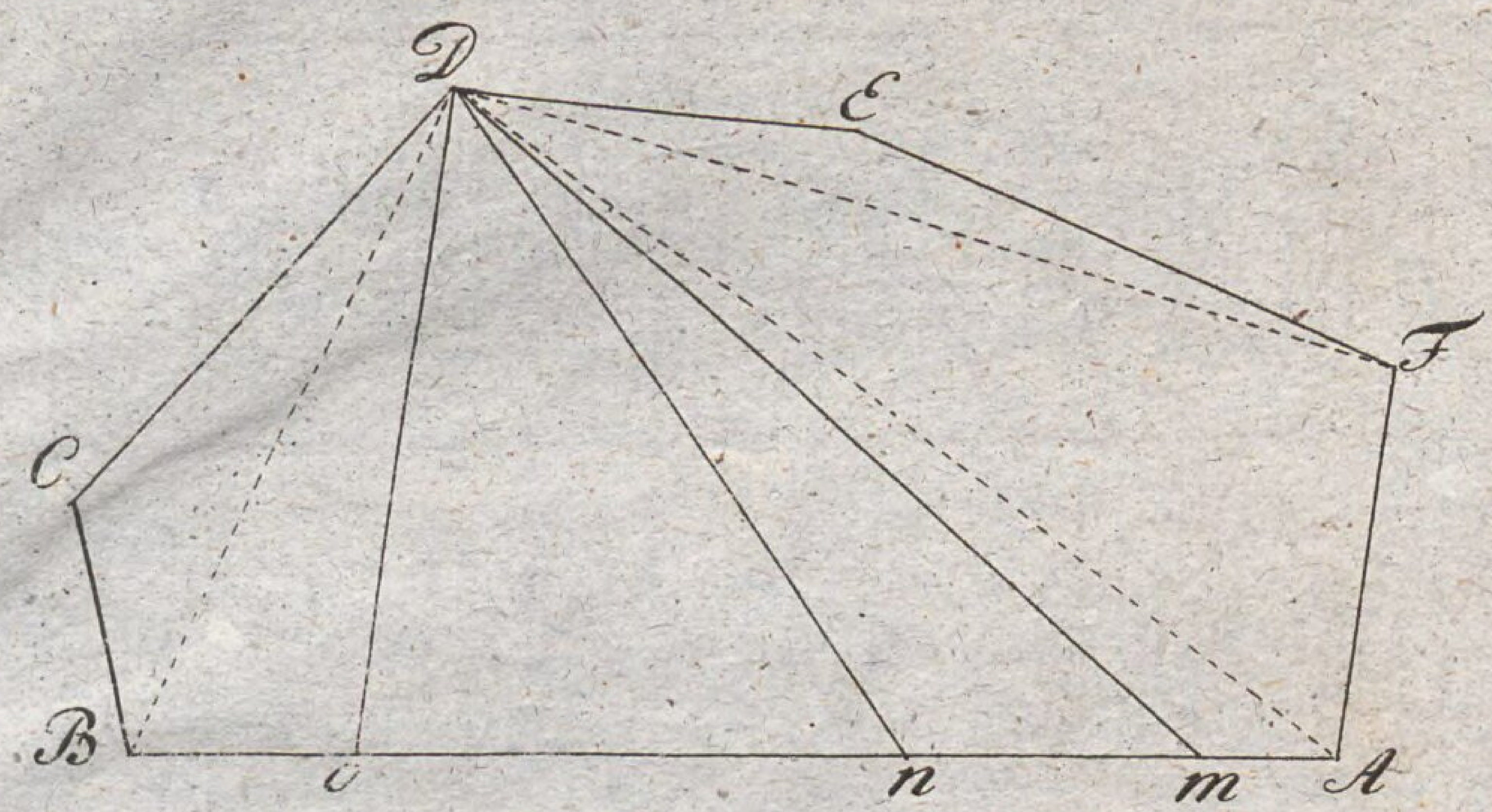


Fig 13.

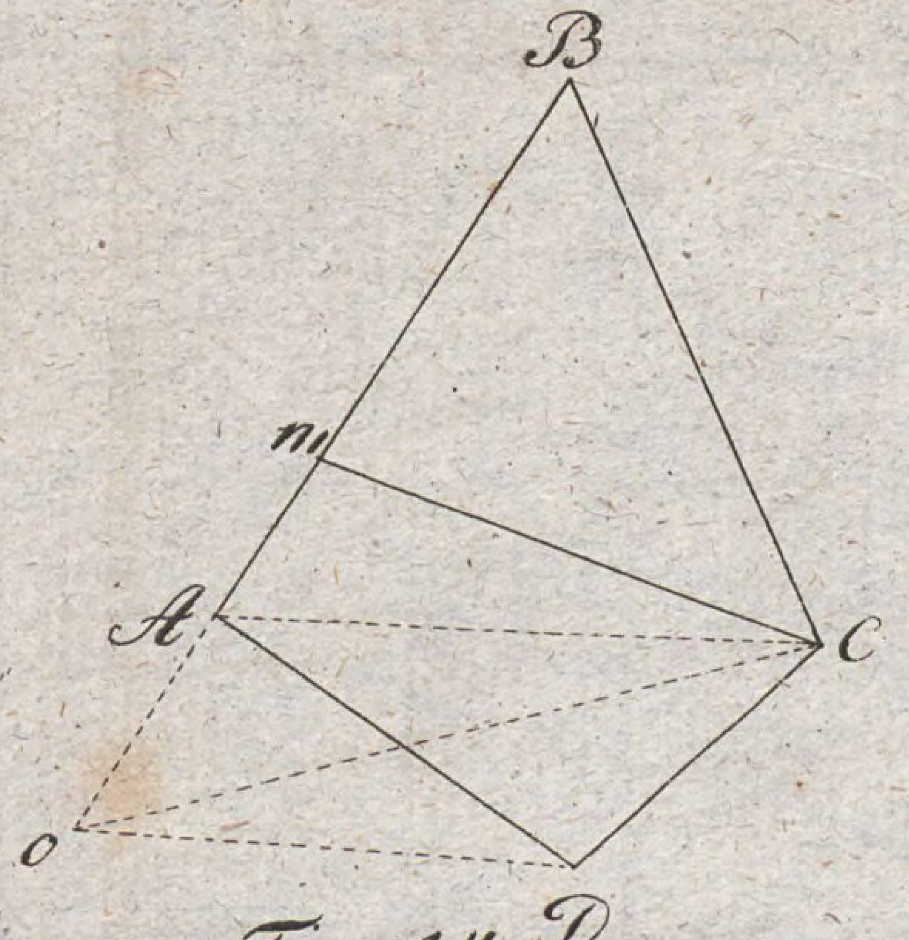


Fig. 14.

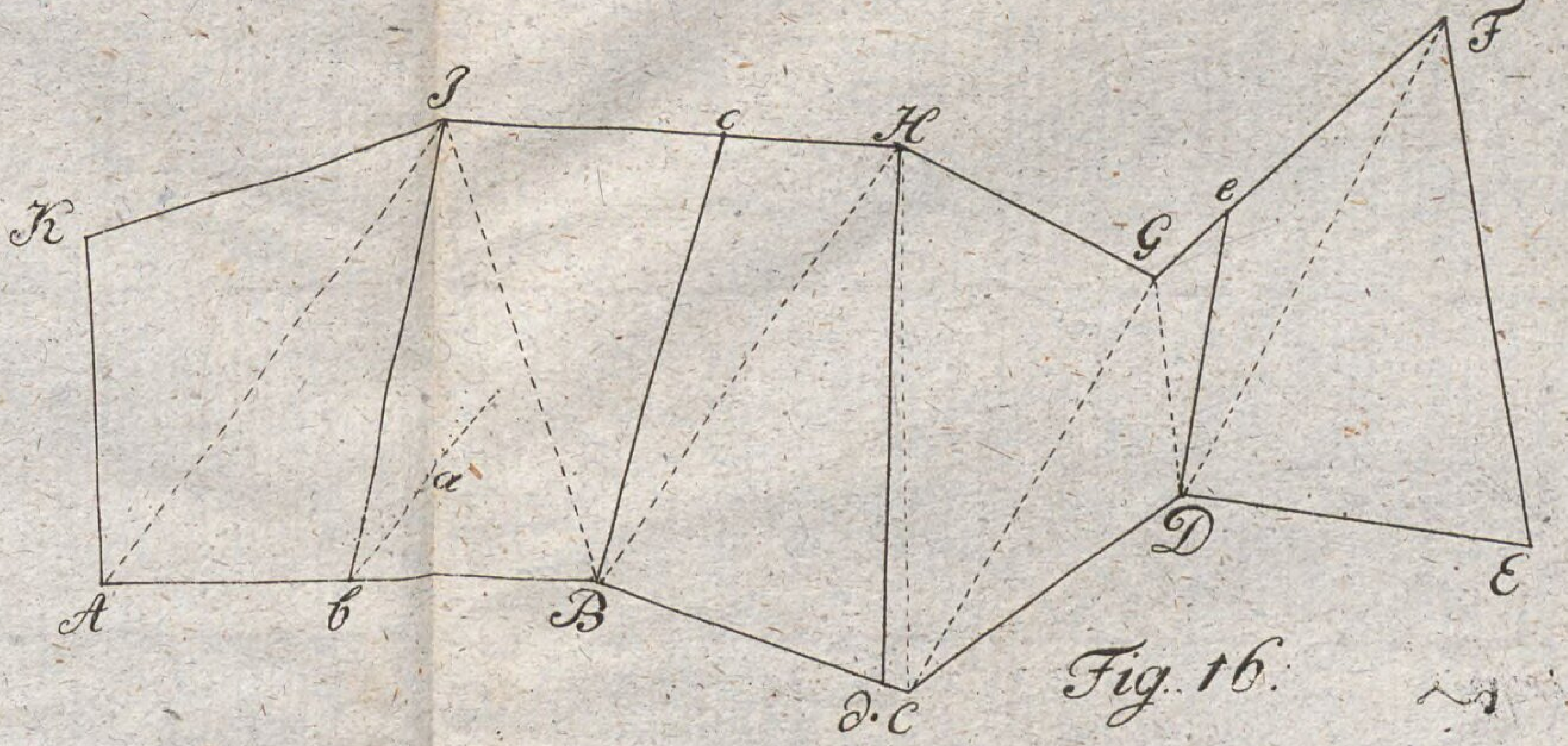


Fig. 16.

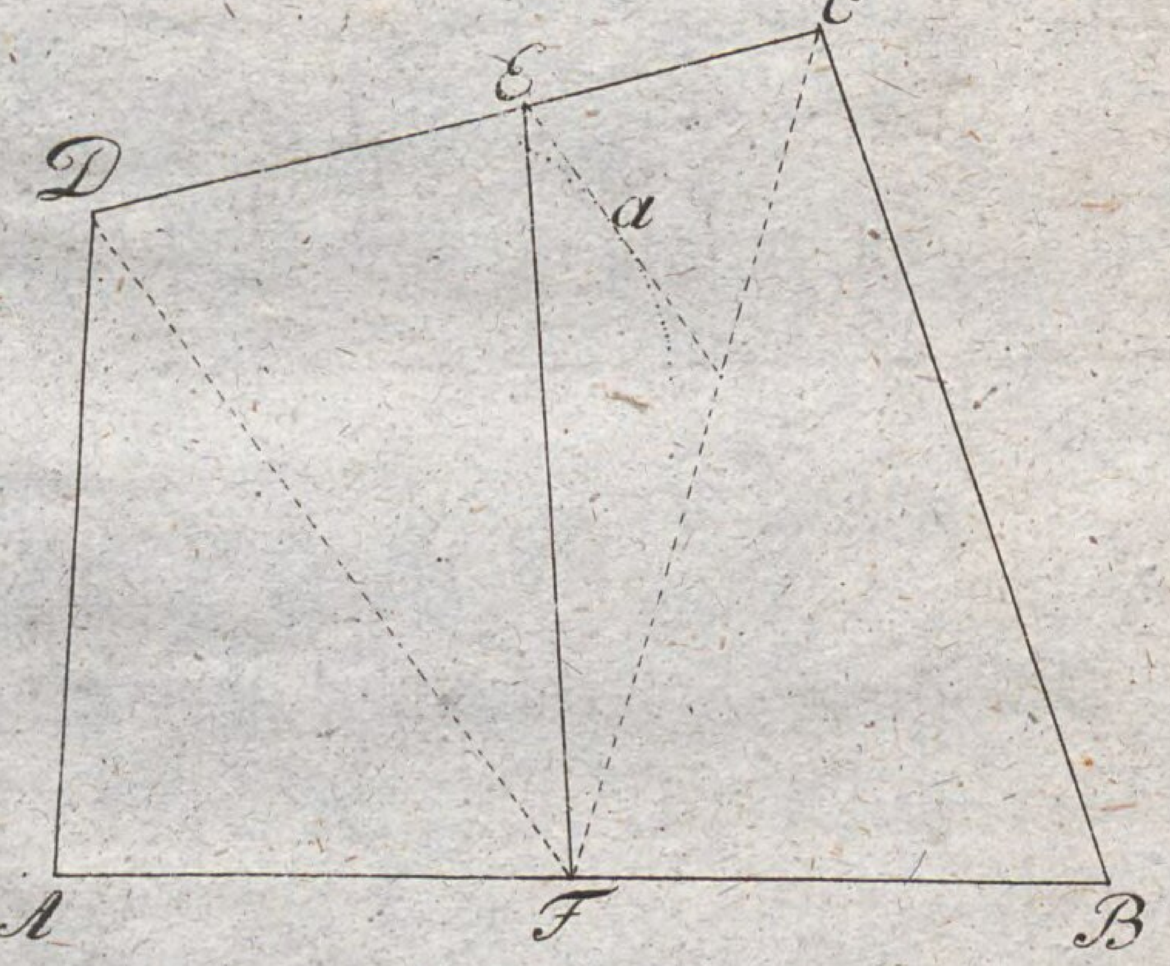


Fig. 15.

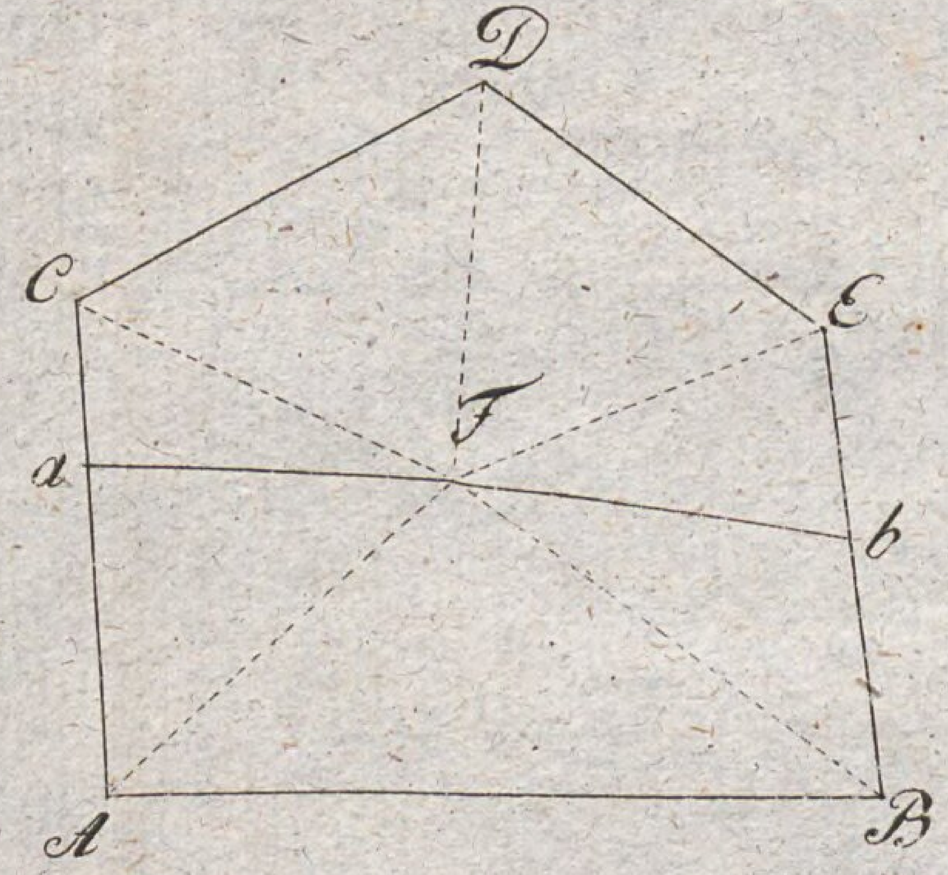


Fig. 17.

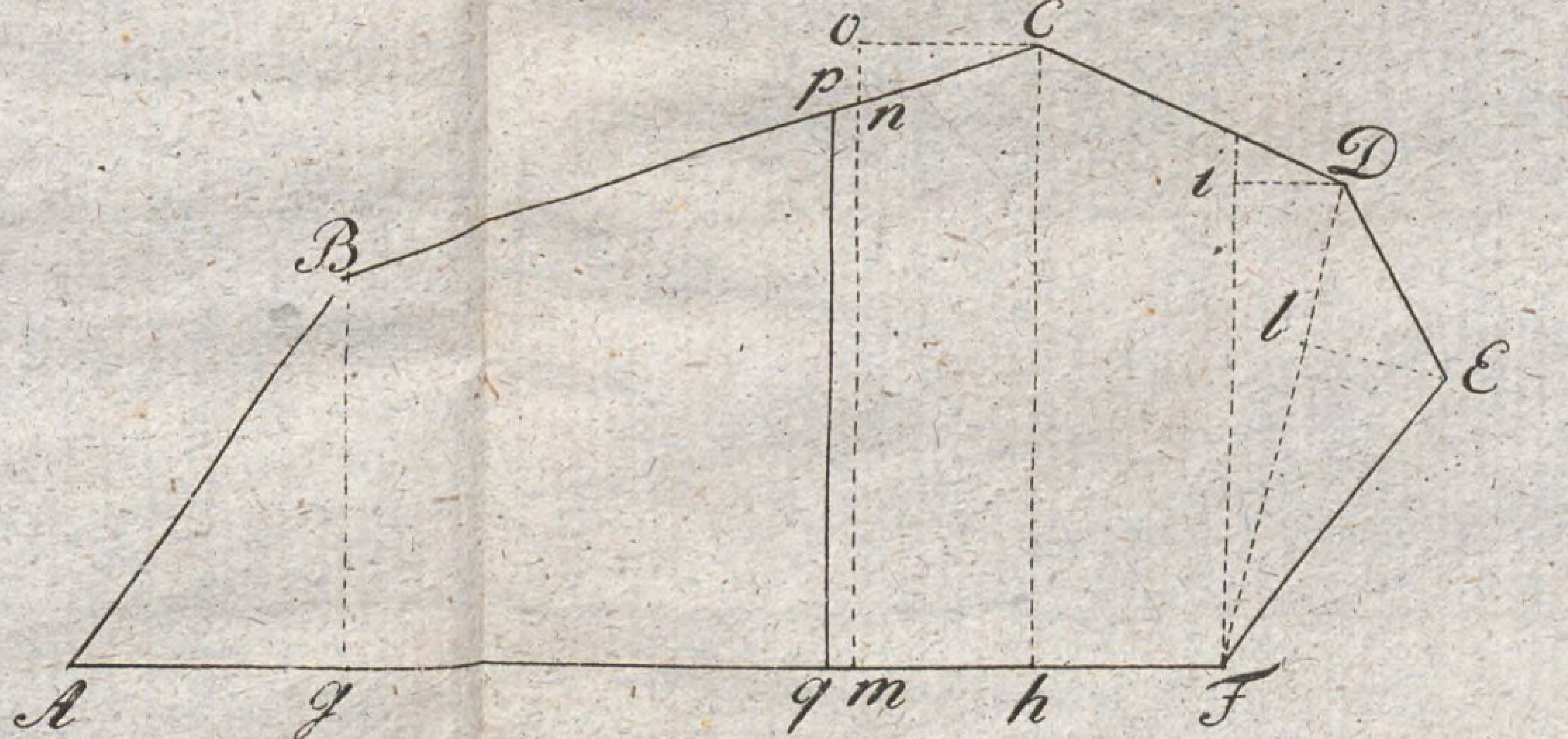


Fig. 18.

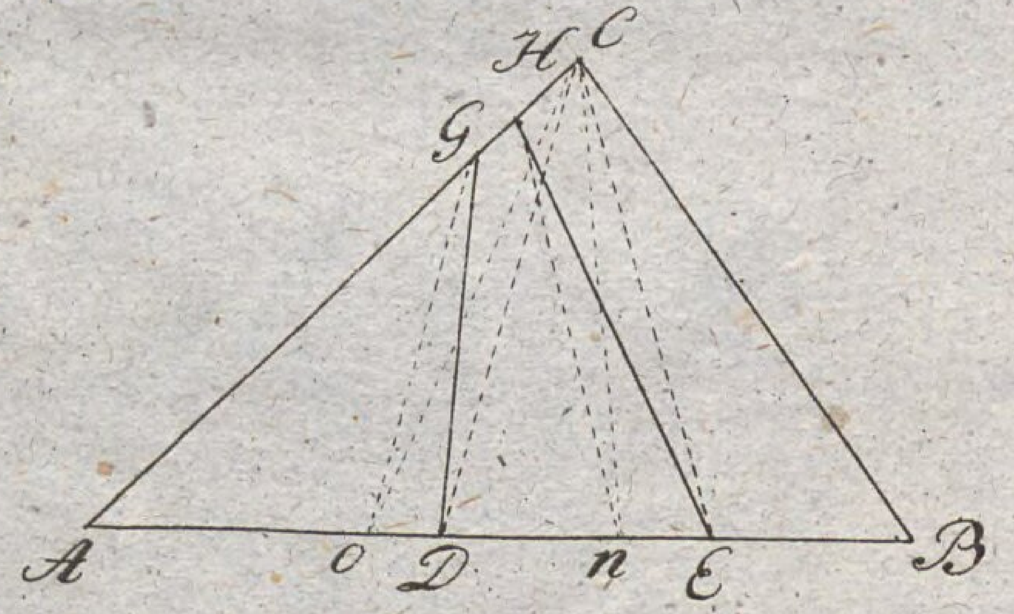


Fig. 19.

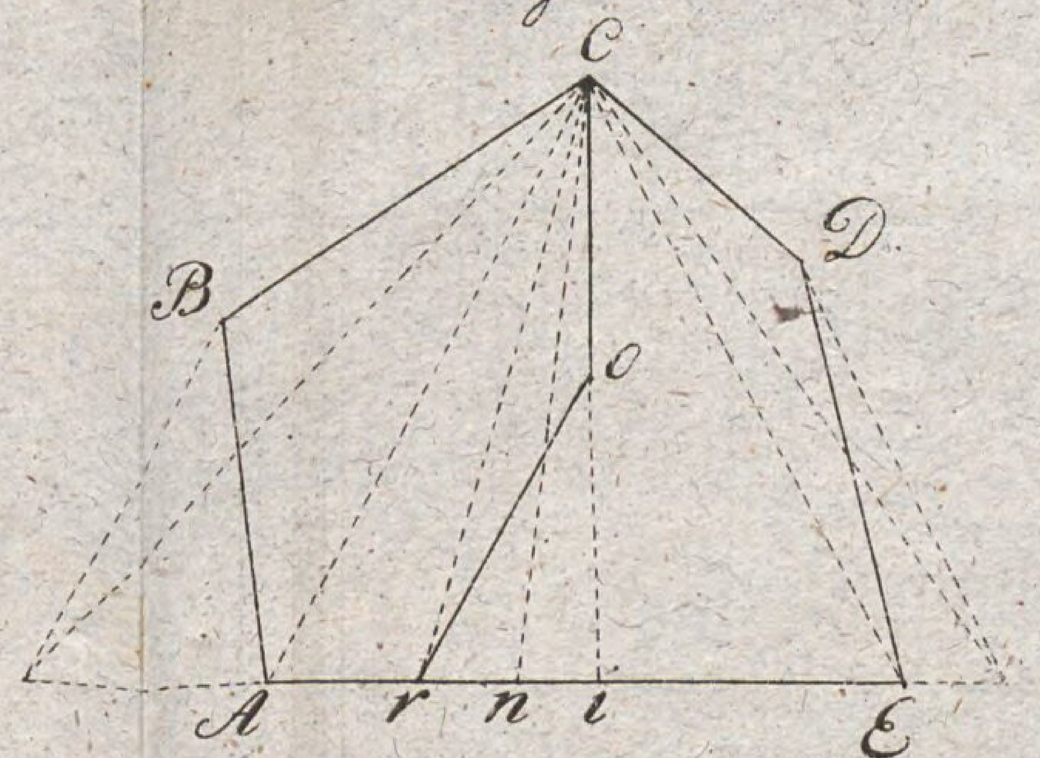


Fig. 20.

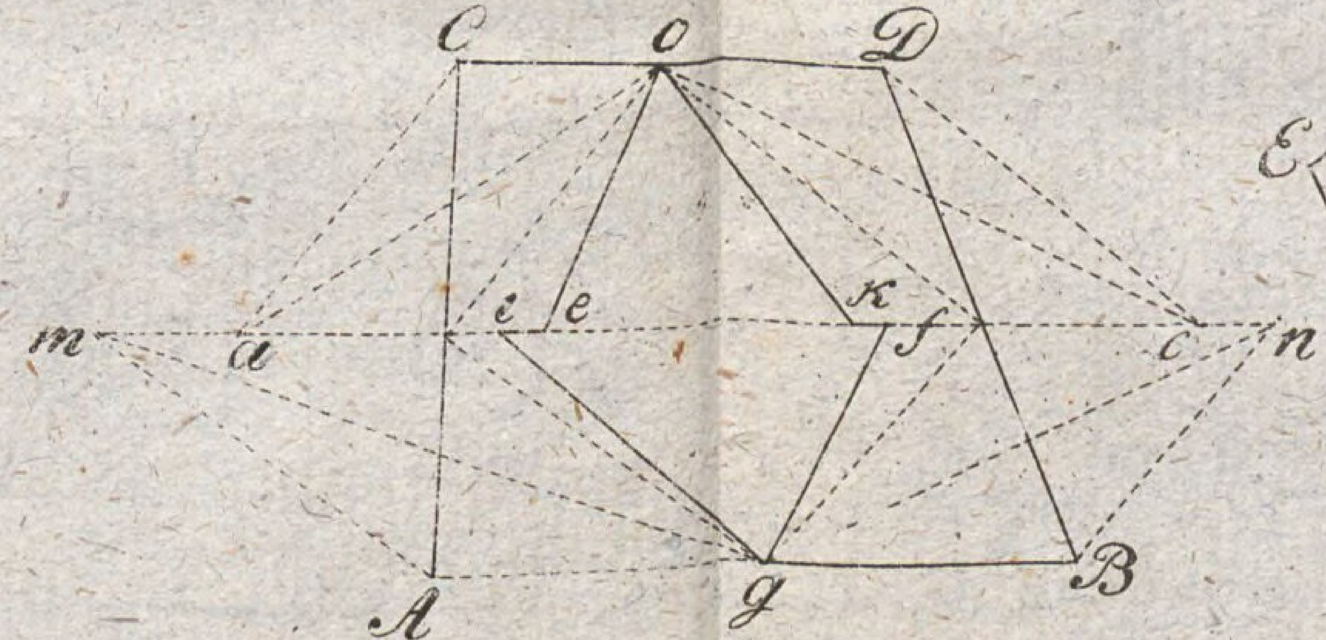


Fig. 21.

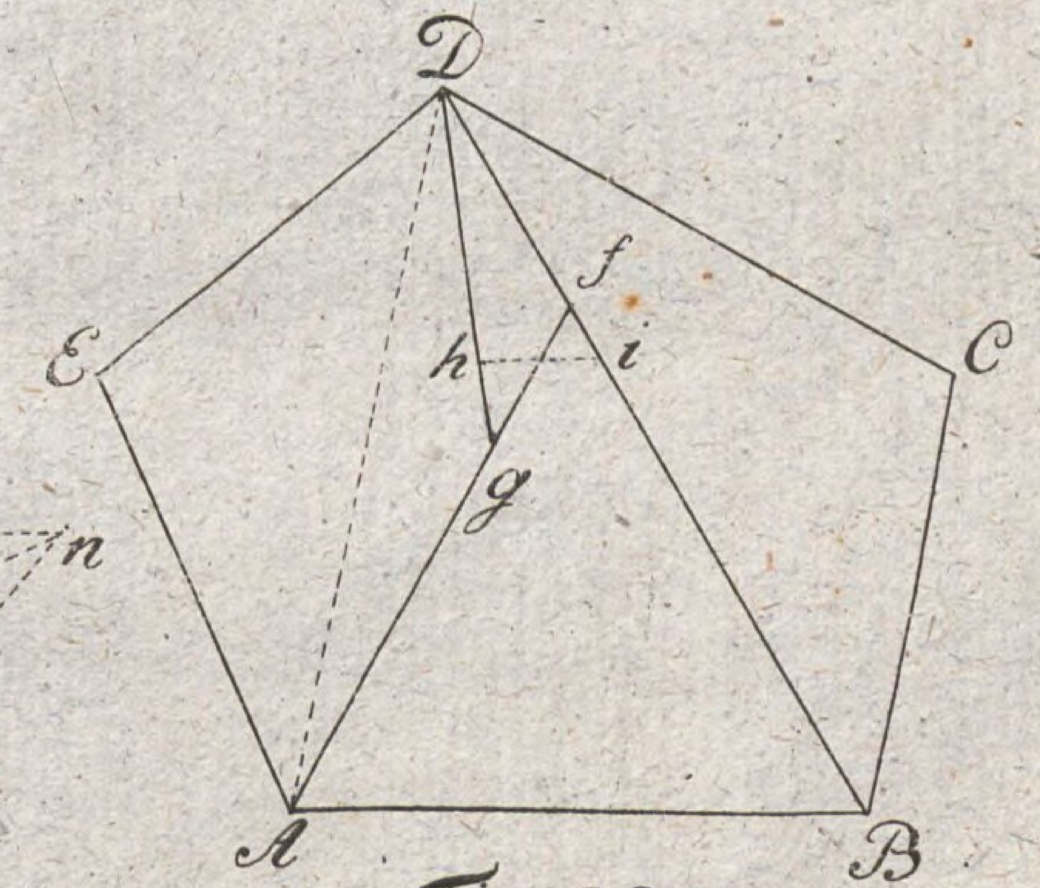
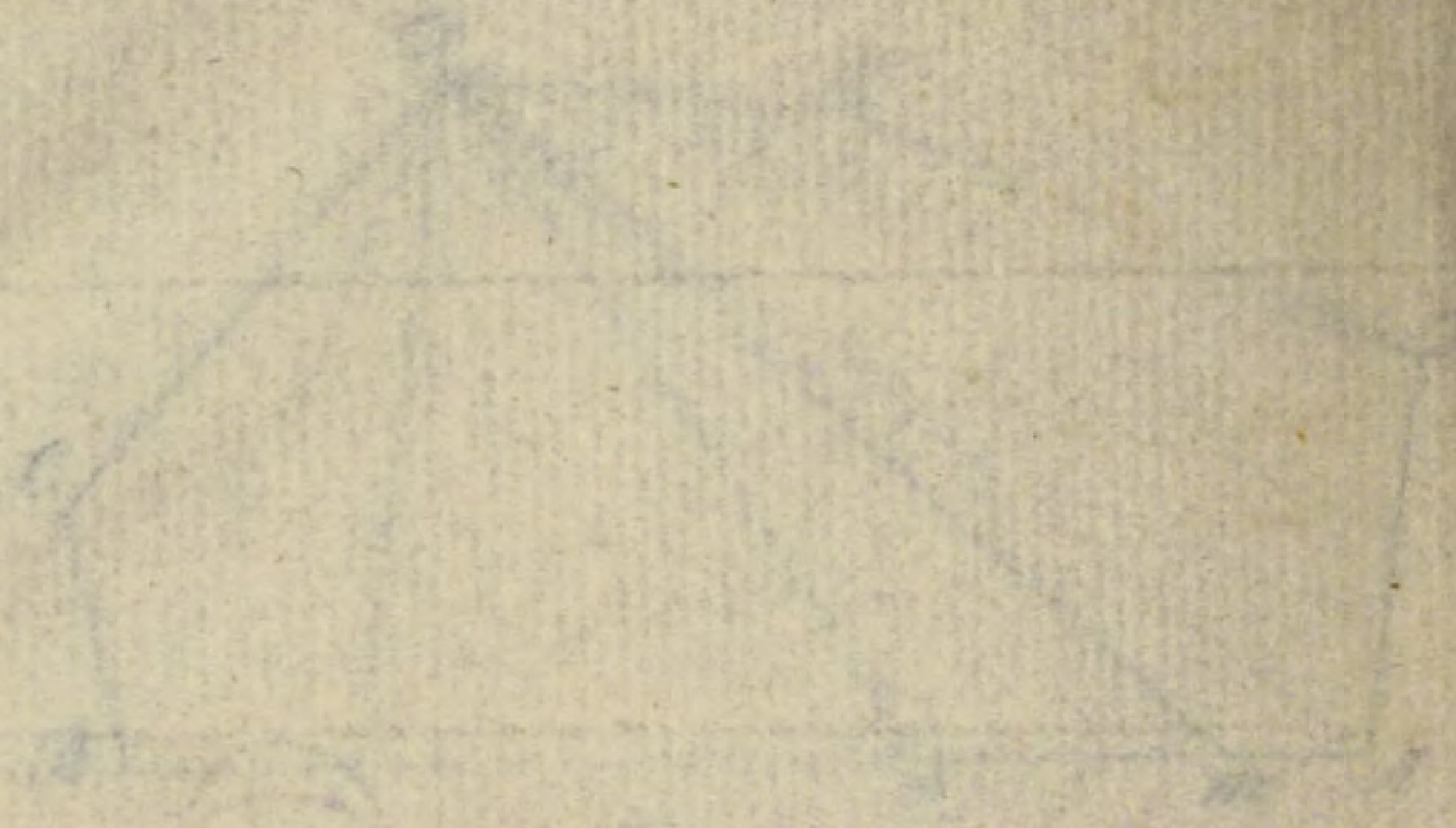


Fig. 22.



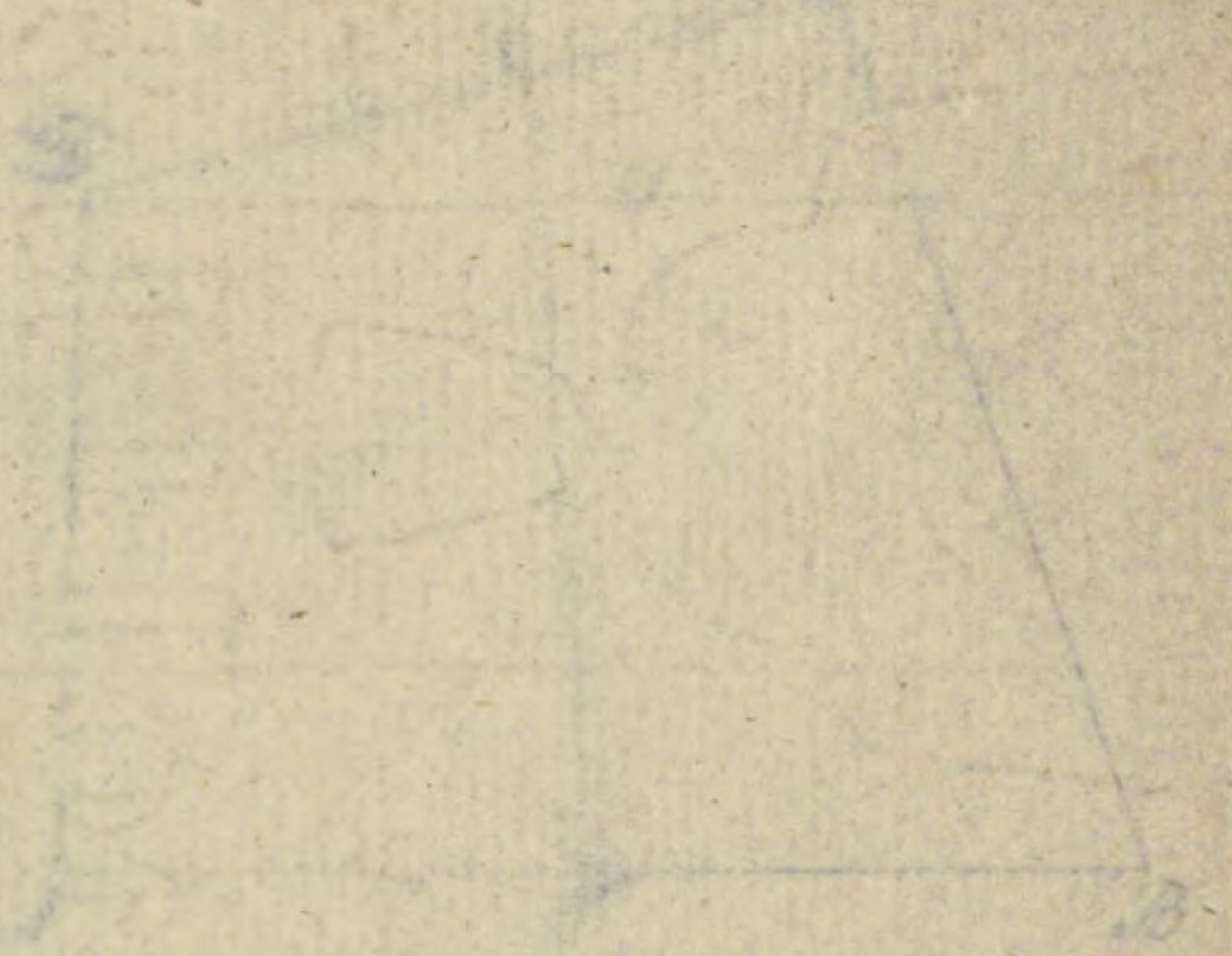


Fig. 18 a

Fig. 19.

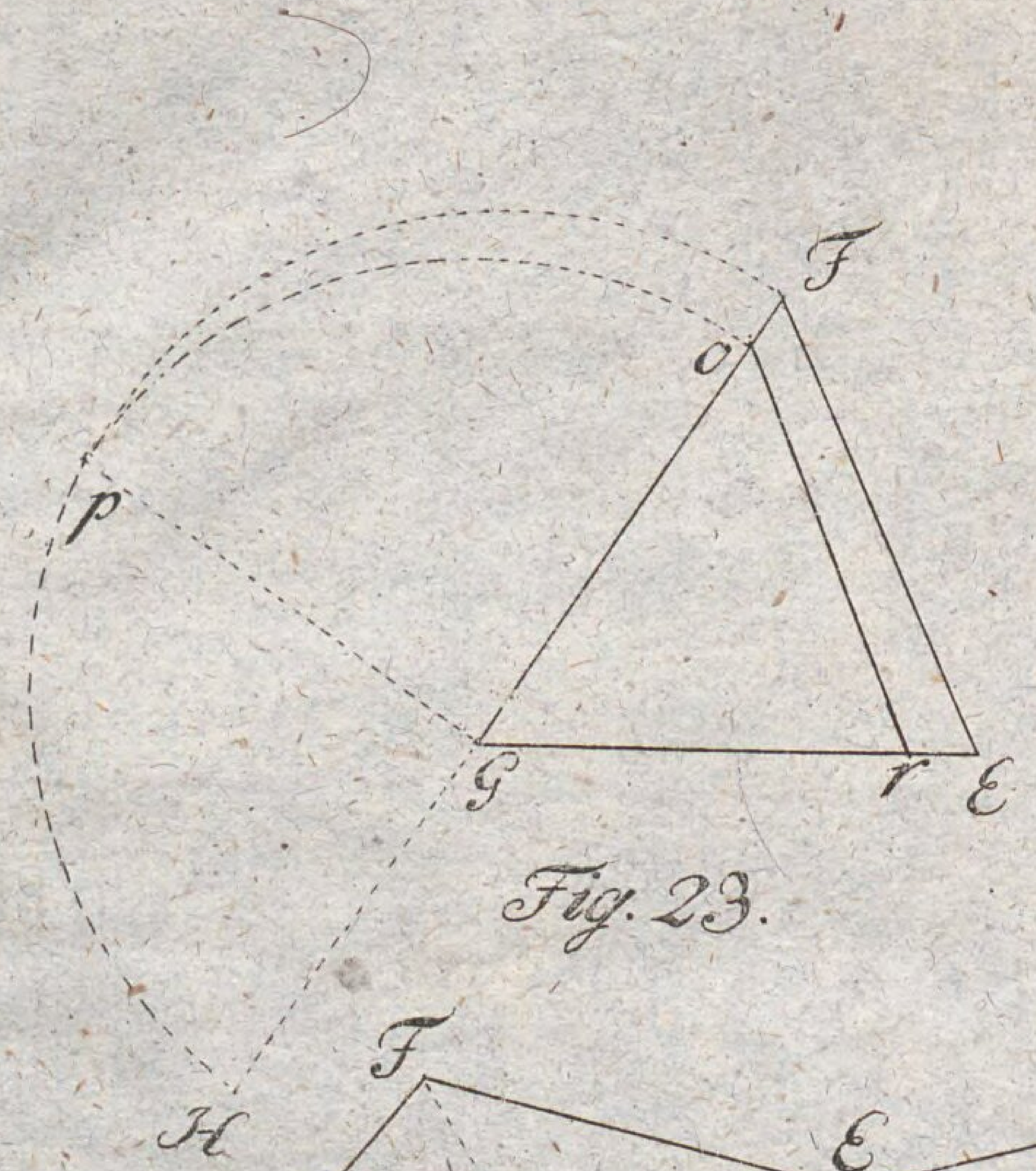


Fig. 23.

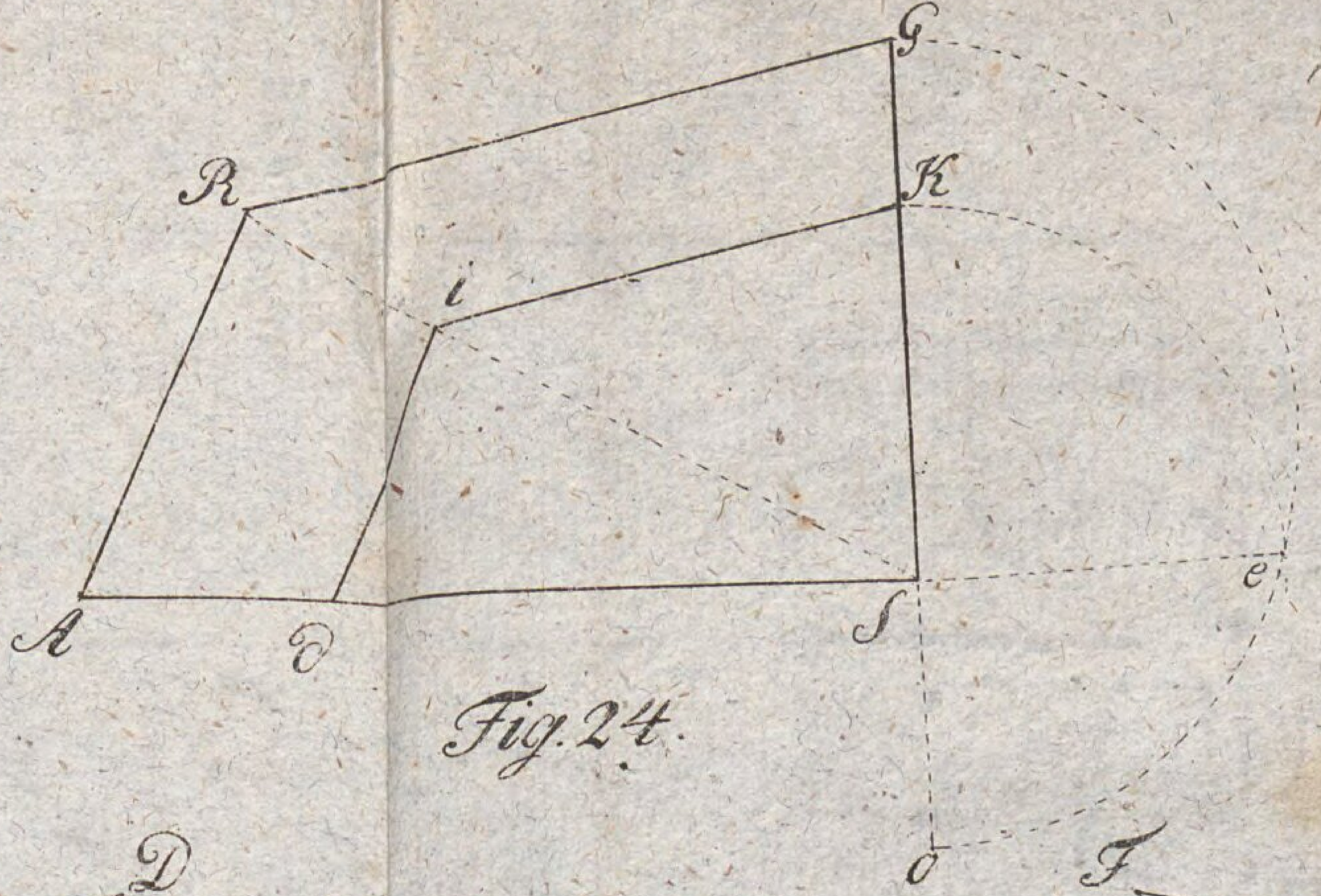


Fig. 24.

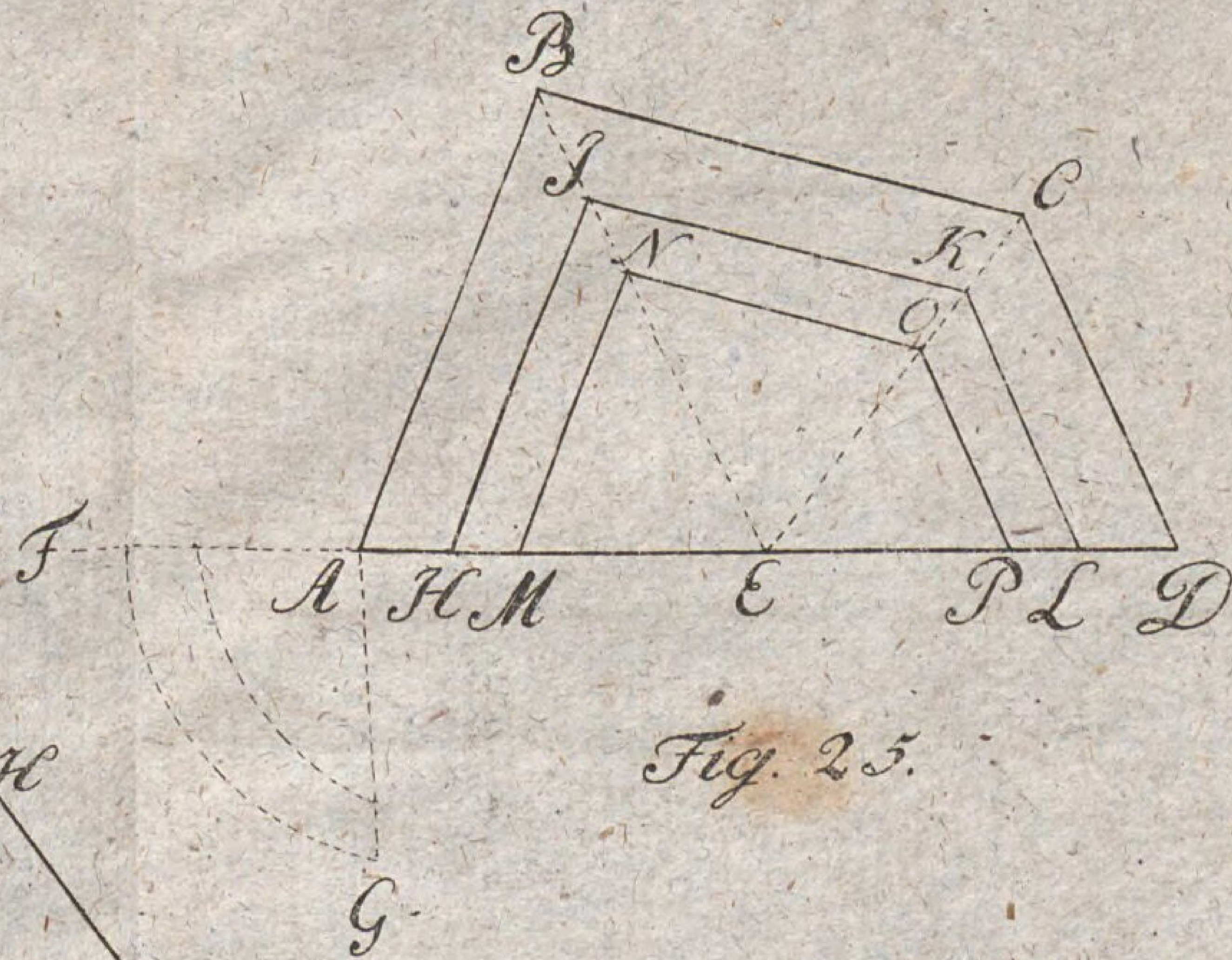


Fig. 25.

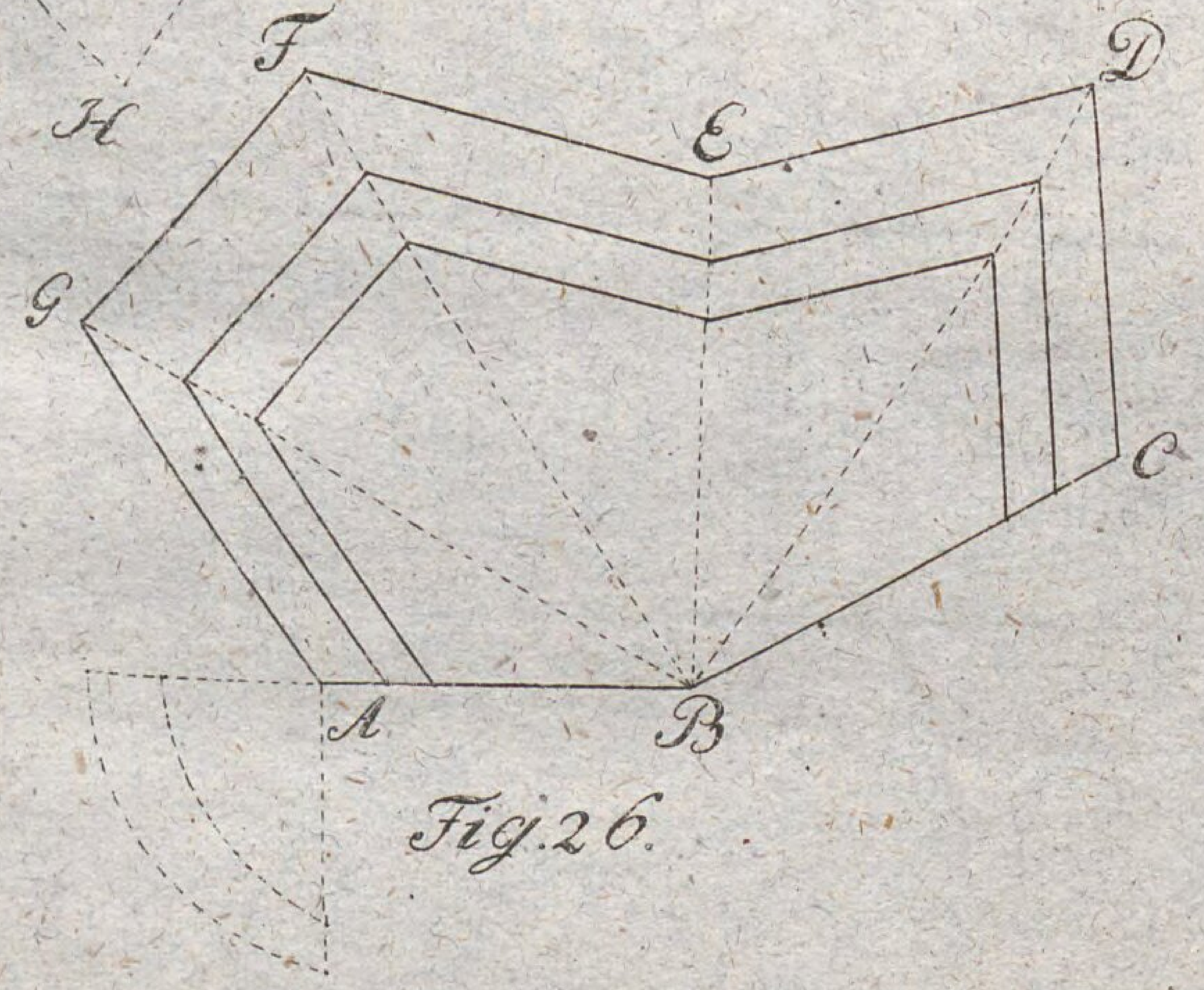


Fig. 26.

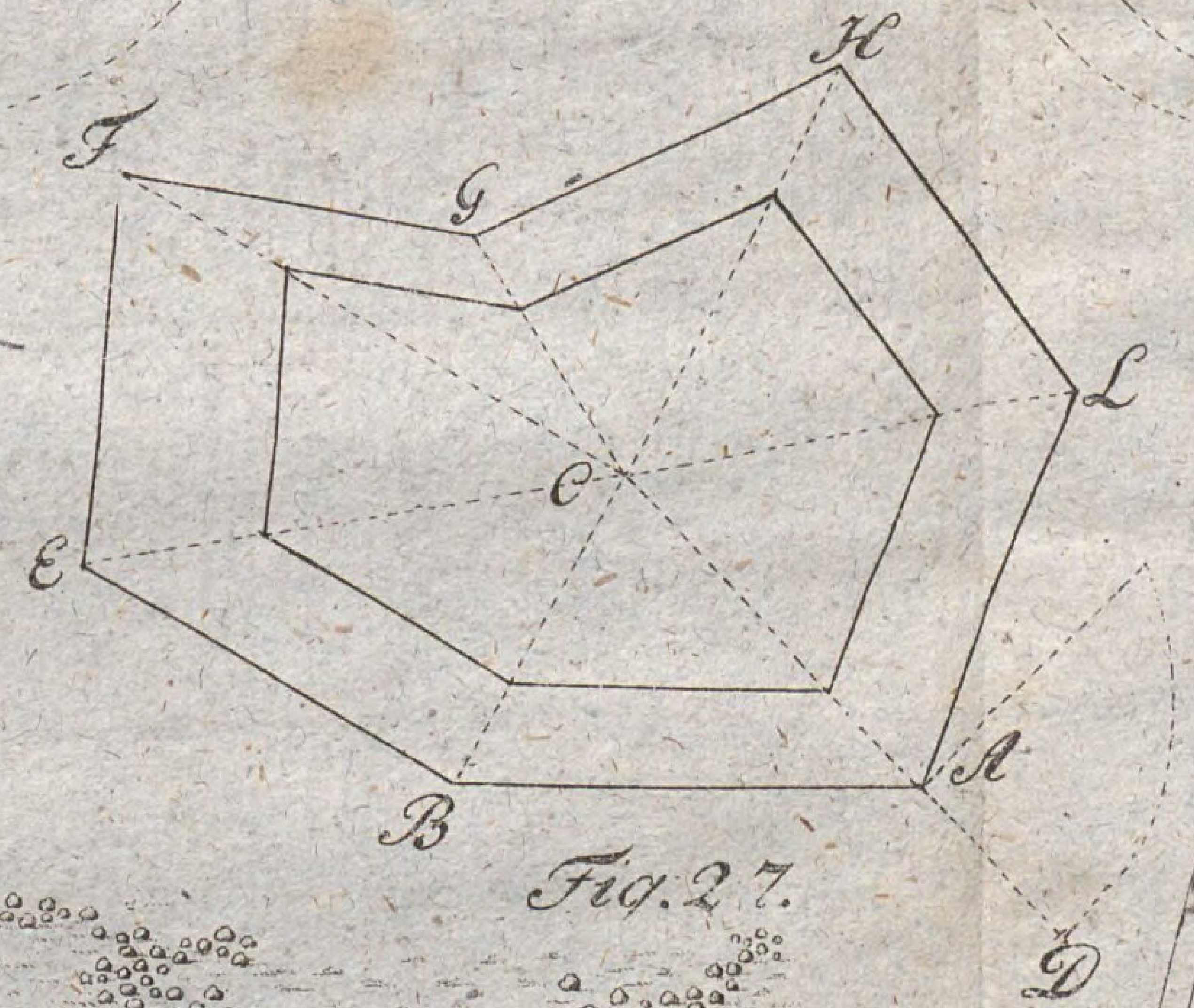


Fig. 27.

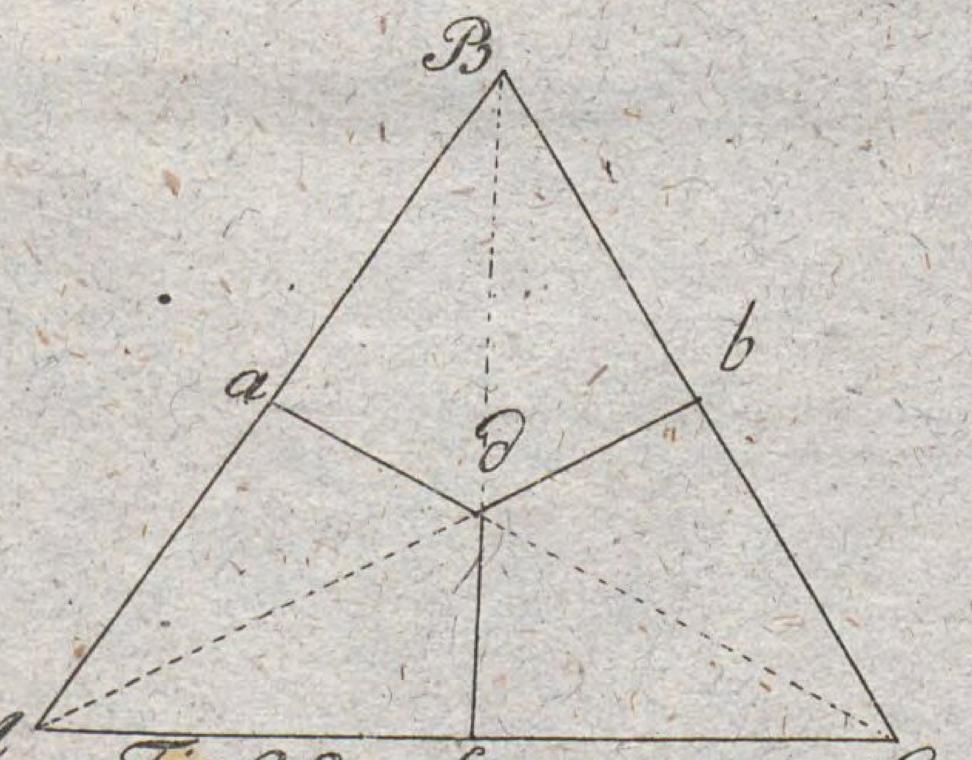


Fig. 28.

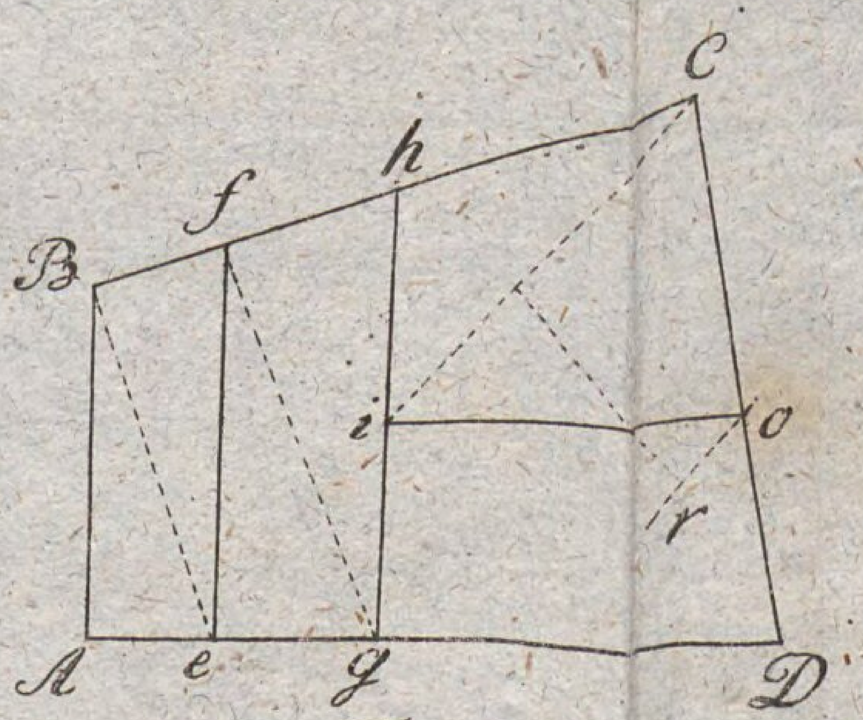


Fig. 29.

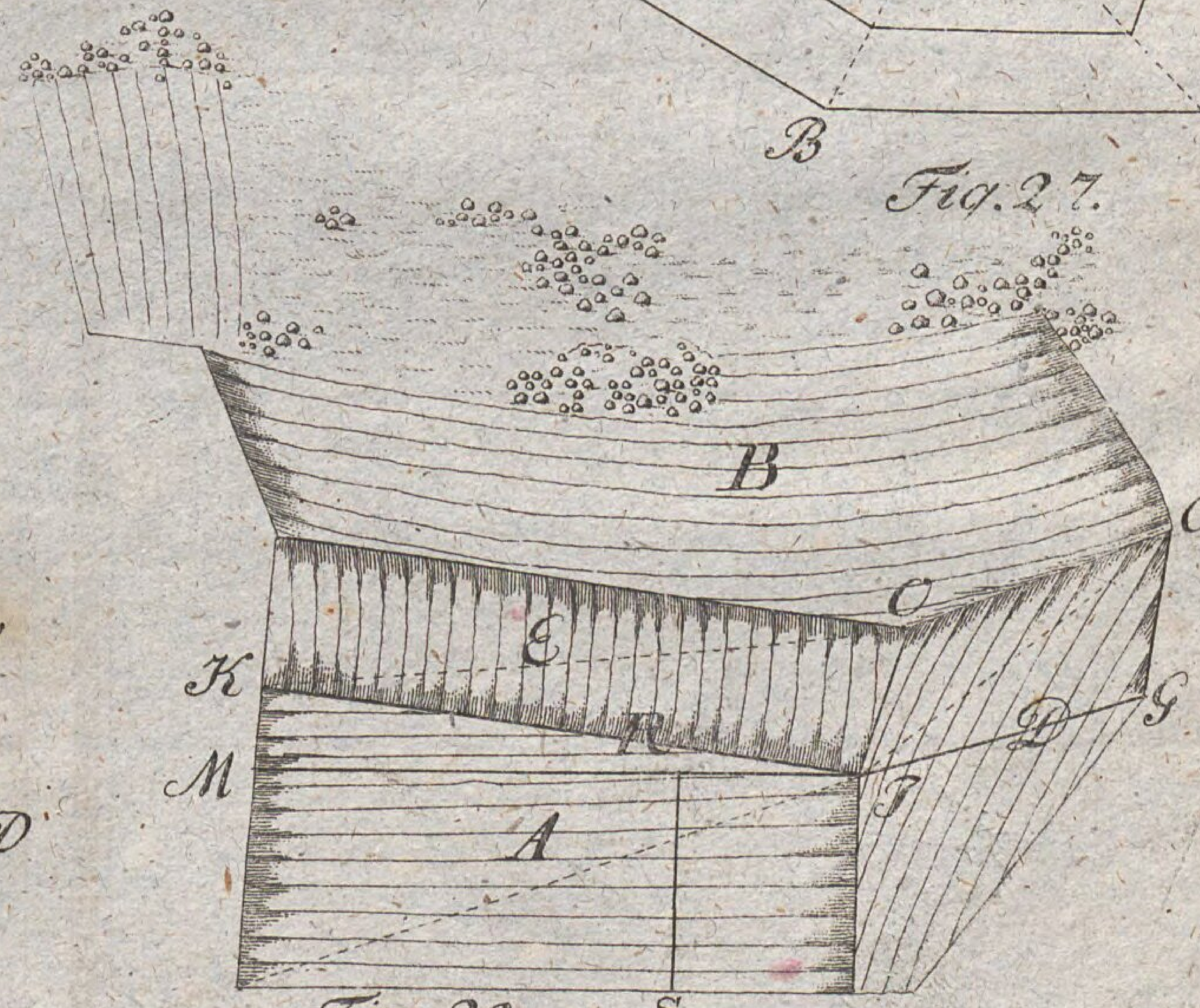


Fig. 30.

Fig. 31.

TAB. IV.

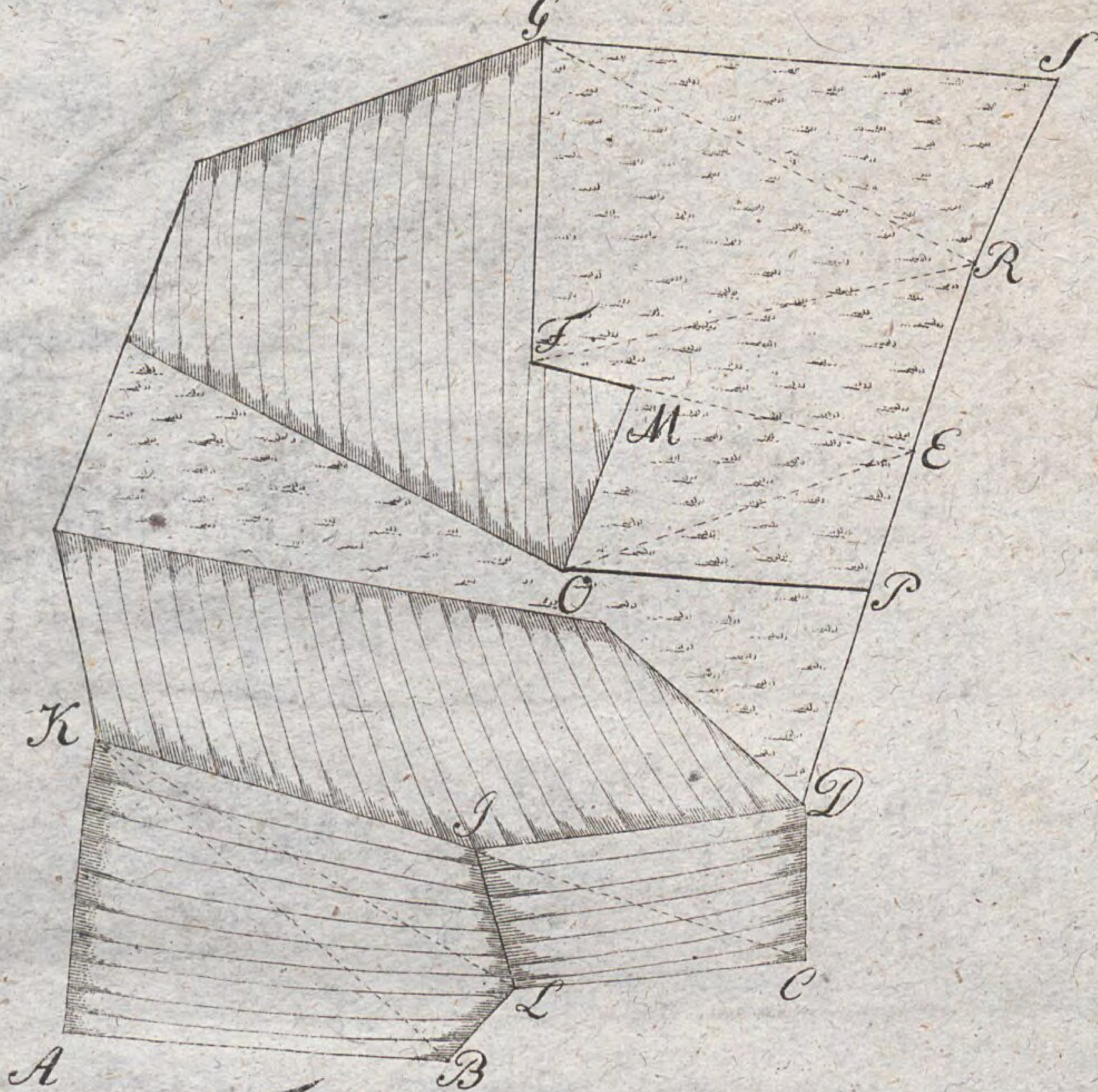


Fig. 32.

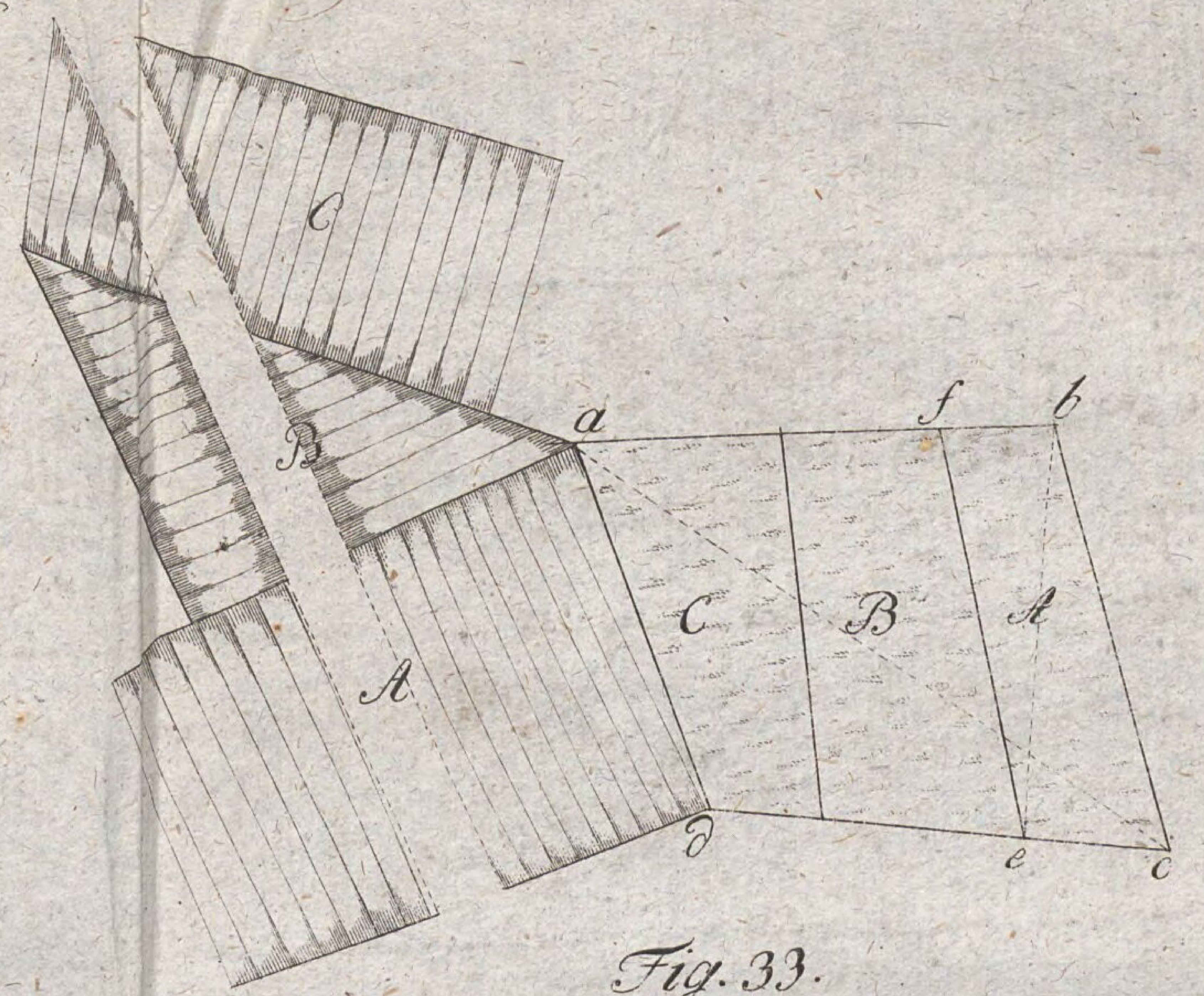


Fig. 33.

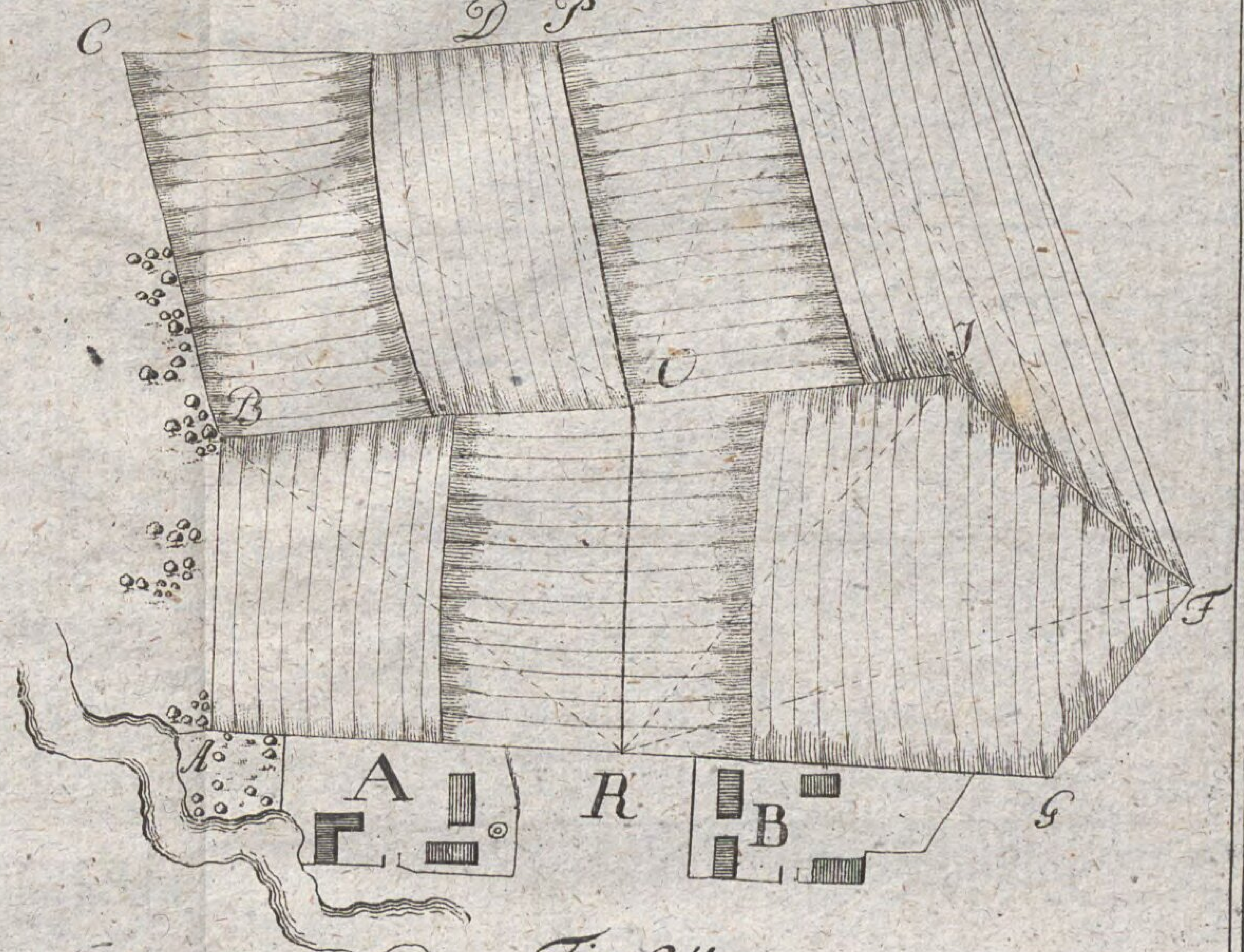
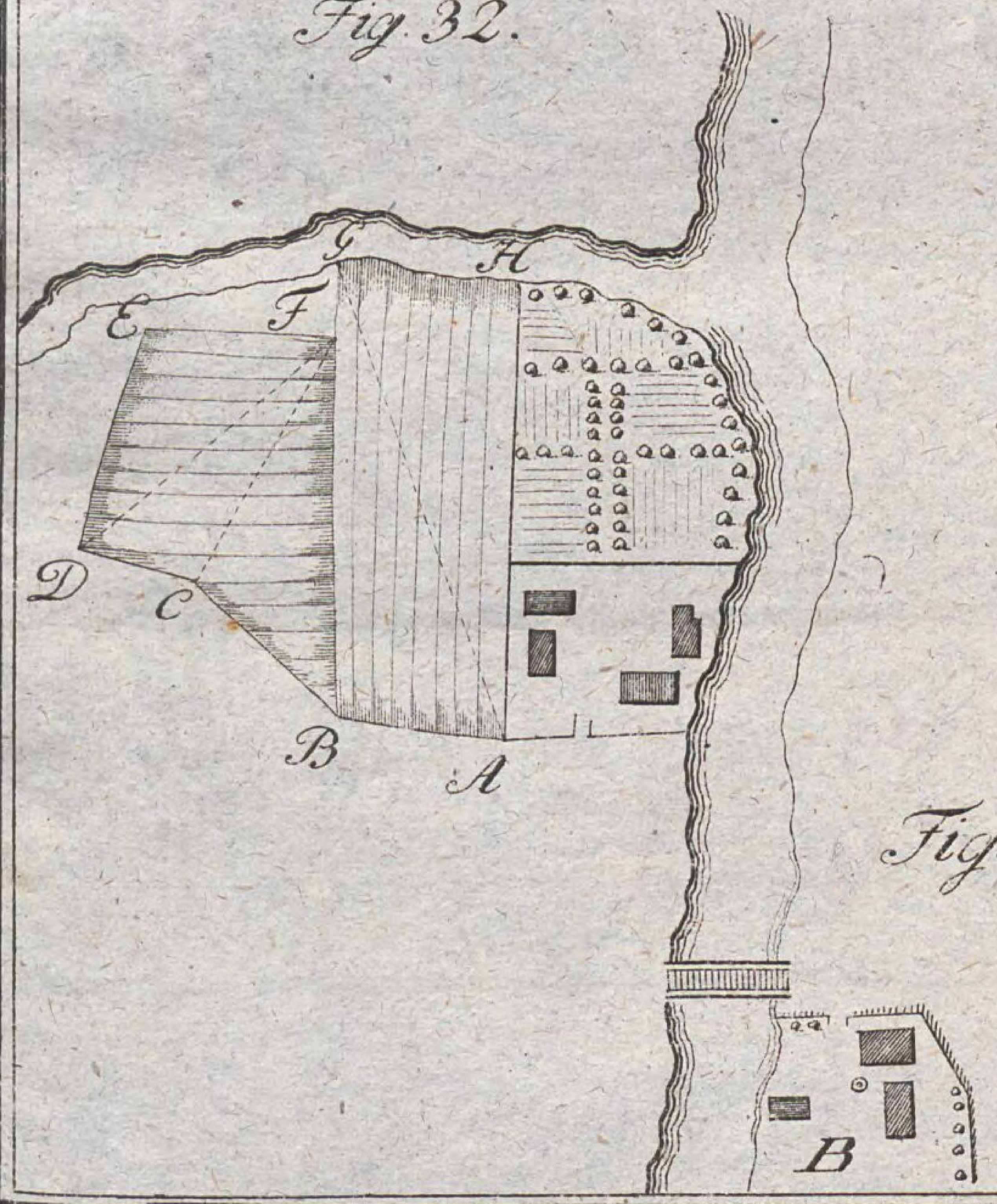


Fig. 34.



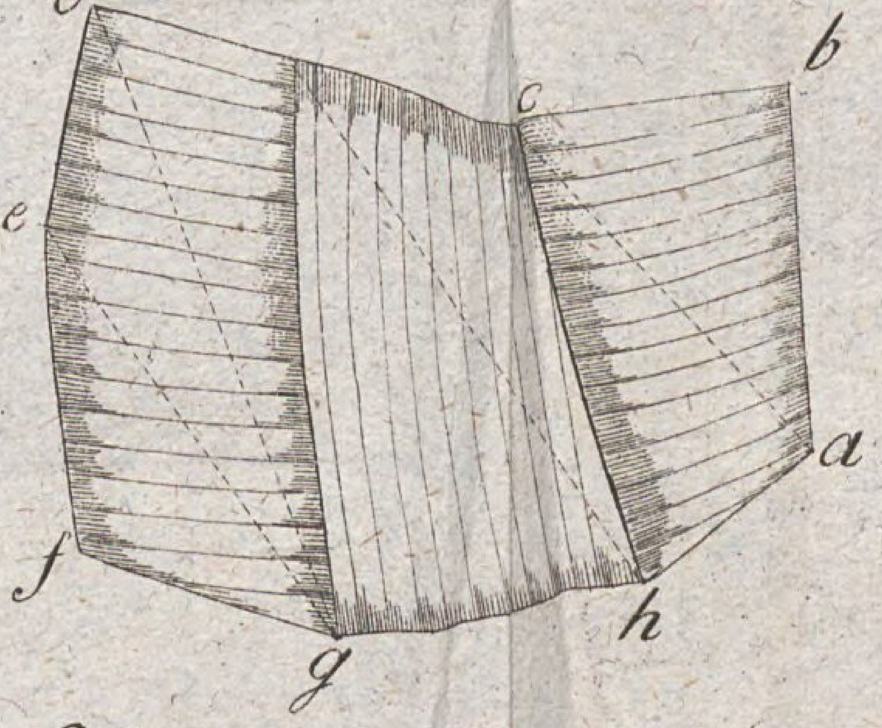


Fig. 35.

Fig. 36.

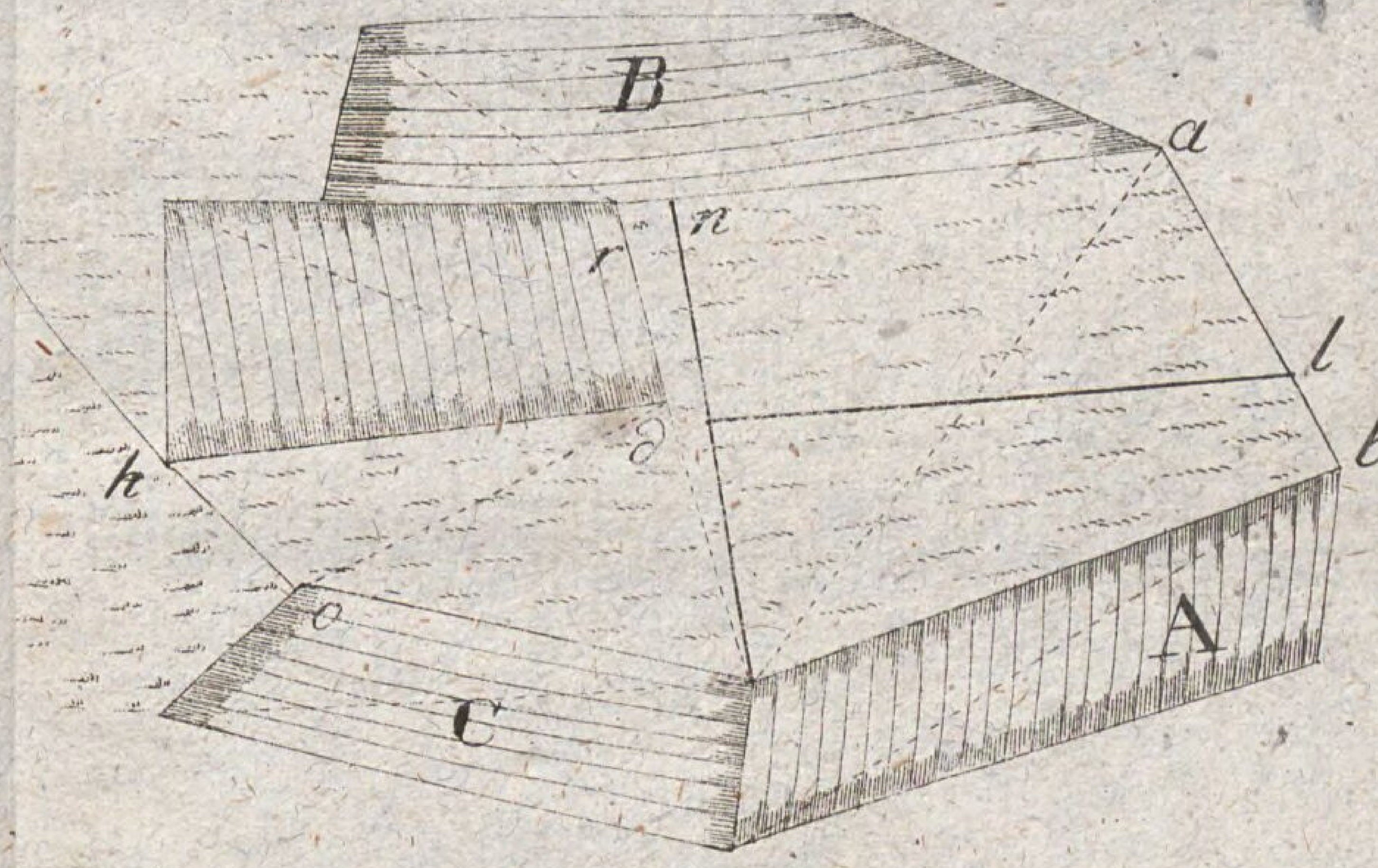


Fig. 37.

TAB. V.

Fig. 38. Fig. 39. Fig. 40. Fig. 41. Fig. 42.

TAB. V.

Fig. 38.

Fig. 39.

Fig. 40.

Fig. 41.

Fig. 42.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Vollimhauss, David Andreas,

Getreue Anweisung zu Felder- und Land-Theilungen

Hannover 1773

Math.p. 623
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10083045-1
VD18 12713783-002